

14 関係代名詞 (1) 〈主格〉



1 主格の関係代名詞 who

- ① I have a friend **who** lives in Canada. 私にはカナダに住んでいる友達があります。
 ② The boy **who** is playing soccer is Ken. サッカーをしている少年は健です。

●関係代名詞の働き 関係代名詞は、〈接続詞＋代名詞〉の役割を持ち、2つの文をつなぐ働きをする。

①②主格の関係代名詞 **who** 先行詞が「人」の場合に使い、続く文の中で主語の働きをする。

I have a friend. + He lives in Canada. (私には友達があります。彼はカナダに住んでいます。)

(人) 主語

→ I have a friend **who** lives in Canada. (私にはカナダに住んでいる友達があります。)

先行詞 関係代名詞
〈主格〉

↑ **who** 以下から戻るように訳す。

The boy is Ken. + He is playing soccer. (その少年は健です。彼はサッカーをしています。)

(人) 主語

→ The boy **who** is playing soccer is Ken. (サッカーをしている少年は健です。)

先行詞 関係代名詞
〈主格〉

修飾される(代)名詞(a friend や the boy)を「先行詞」という。

関係代名詞に続く動詞は、先行詞の人称・数に一致させる。

2 主格の関係代名詞 which

- ③ I have a doll **which** wears a red dress. 私は赤いドレスを着た人形を持っています。

③主格の関係代名詞 **which** 先行詞が「物」・「動物」のときは、関係代名詞 **which** を使う。

3 主格の関係代名詞 that

- ④ She is the girl **that** painted this picture. 彼女はこの絵をかいた少女です。

④主格の関係代名詞 **that** 関係代名詞 **that** は先行詞が「人」の場合でも、「物」・「動物」の場合でも使える。

● **that** が好まれる場合 次のような場合は、**who**、**which** よりも **that** が好まれる。

- ・先行詞に形容詞の最上級や、the first / the last / the only / all / every / any / few / no などが含まれるとき。
- ・先行詞が something、nothing など -thing で終わるとき。
- ・先行詞が〈人＋物[動物]〉のとき。

This is the first letter **that** was sent to me this year.

(これは今年私に送られた最初の手紙です。)

I want something **that** makes me happy.

(私は私を幸せな気分にする何かがほしいです。)

I saw a boy and his dog **that** were playing in the park.

(私は公園で遊んでいる少年とイヌを見ました。)

確認問題

1 〈主格の関係代名詞 who〉下線部に注意して空所に適語を入れ、2つの文を1つにしないで。ただし、**that** は用いないこと。 ➡ ① ②

- ☐ (1) I have a friend. She lives in China.
I have a friend _____ lives in China.
- ☐ (2) We saw the children. They looked happy.
We saw the children _____ looked happy.
- ☐ (3) The girl is Yuki. She is standing by the door.
The girl _____ is standing by the door is Yuki.

2 〈主格の関係代名詞 which〉下線部に注意して空所に適語を入れ、2つの文を1つにしないで。ただし、**that** は用いないこと。 ➡ ③

- ☐ (1) There is a bird. It has blue eyes.
There is a bird _____ has blue eyes.
- ☐ (2) Those are the cakes. They were made by Kumi.
Those are the cakes _____ were made by Kumi.
- ☐ (3) The house is my brother's. It stands by the river.
The house _____ stands by the river is my brother's.

3 〈who と which の使い分け〉次の()内から適語を選び、記号を○で囲みなさい。 ➡ ① ② ③

- ☐ (1) This is the dog (ア who イ which) can run very fast.
- ☐ (2) I know the students (ア who イ which) work for elderly people.
- ☐ (3) Do they live in the house (ア who イ which) stands on the hill?
- ☐ (4) We don't know the man (ア who イ which) asked the way to the station.

4 〈先行詞と動詞の一致〉次の()内から適語を選び、記号を○で囲みなさい。 ➡ ① ② ③

- ☐ (1) She has many friends who (ア help イ helps) her.
- ☐ (2) I know a cat which (ア have イ has) blue eyes.
- ☐ (3) This is a dog which (ア is イ are) twenty years old.

5 〈関係代名詞 that〉下線部に注意して、次の英文を日本語にしないで。 ➡ ④

- ☐ (1) This is the girl that can speak English well.
こちらは _____ 少女です。
- ☐ (2) The boys that are walking over there are my friends.
_____ 少年たちはぼくの友人です。
- ☐ (3) He has a camera that was made in Japan.
彼は _____ カメラを持っています。
- ☐ (4) This is the only room that has no windows.
これは _____ 部屋です。

基本問題

1 〈who, which, that の使い分けなど〉 次の () 内から適語を選び、記号を○で囲みなさい。

- ☐ (1) The girl (ア who イ which) made this cake is Yumi.
☐ (2) Look at the birds (ア who イ which) are flying over the lake.
☐ (3) The story (ア who イ which) was told by the man was interesting.
☐ (4) I know the boy (ア who イ which) can play the piano well.
☐ (5) That is the city (ア who イ which) has many beautiful parks.
☐ (6) I like the pictures which (ア is イ are) painted by my father.
☐ (7) That is the library which (ア is イ was) built last year.
☐ (8) The girl and the dog (ア which イ that) are playing there look happy.

2 〈主格の関係代名詞 who, which〉 次の日本語に合うように、空所に **that** 以外の適語を書きなさい。

- ☐ (1) この本を書いた男性はとても有名です。

The man _____ this book is very famous.

- ☐ (2) あちらはあなたに会いたがっている女性です。

That is the woman _____ to see you.

- ☐ (3) ちょうど到着したバスをごらん下さい。

Look at the bus _____ just arrived.

- ☐ (4) あなたのお父さんが撮った写真を私に見せてください。

Please show me the pictures _____ taken by your father.

3 〈主格の関係代名詞 who, which〉 例にならって、**who** または **which** を用いて 2 文を 1 文に書きかえなさい。

(例) I have a friend. She lives in Nara. → I have a friend who lives in Nara.

- ☐ (1) Mr. Kuroda is a teacher. He is loved by everyone.

Mr. Kuroda is a teacher _____.

- ☐ (2) The boy is Tom. He broke the window.

The boy _____ is Tom.

- ☐ (3) I know a dog. It likes swimming.

I know a dog _____.

- ☐ (4) The book is interesting. It was written by him.

The book _____ is interesting.

4 〈主格の関係代名詞 that〉 次の英文で **that** が入る正しい位置を **Λ** で示しなさい。

- ☐ (1) He has a sister likes cats.
☐ (2) He lives in the house stands on the hill.
☐ (3) Do you know the boy is washing the car?
☐ (4) He was the first person finished writing a report.
☐ (5) The man just came in is our teacher.

5 〈主格の関係代名詞 that〉次の日本語の意味を表すように、空所に適語を書きなさい。ただし、who と which は用いないこと。

- ☐ (1) その長い耳をしたイヌを見なさい。

Look at the dog _____ long ears.

- ☐ (2) 私たちに英語を教えている先生はとてもやさしいです。

The teacher _____ us English is very kind.

- ☐ (3) 彼の撮った写真を見ましたか。

Did you see the pictures _____ taken by him?

6 〈主格の関係代名詞 that〉次の2文を、関係代名詞 that を用いて1文に書きかえなさい。

- ☐ (1) We met a man. He could use computers.

- ☐ (2) I must get on the last train. It starts at eleven.

- ☐ (3) The camera is hers. It was found in the room yesterday.

7 〈主格の関係代名詞を用いた文の意味〉次の英文を日本語にきなさい。

- ☐ (1) He has a friend who lives in Osaka.

彼には _____。

- ☐ (2) The boy who is reading a book is my brother.

_____ は私の兄です。

- ☐ (3) Kyoto is a beautiful city which has a lot of old temples.

京都は _____。

- ☐ (4) Are you the only Japanese that lives in this village?

あなたは _____。

8 〈主格の関係代名詞〉次の日本語に合うように()内の語を並べかえて、正しい英文にきなさい。

- ☐ (1) 私たちはたくさんの公園がある都市を訪ねました。

We visited a (which / parks / has / city / many).

We visited a _____.

- ☐ (2) 昨日ここにきた男性は背が高かったです。

(yesterday / man / here / who / the / came) was tall.

_____ was tall.

- ☐ (3) 私は歌を歌っている少女を知りません。

I don't know (the / who / singing / is / girl / songs).

I don't know _____.

- ☐ (4) これはおじが私にくれたペンです。

This (given / pen / is / was / that / a) to me by my uncle.

This _____ to me by my uncle.

◆ 発展問題 ◆

1 次の文の()に適する語(句)をア～エ(ウ)から1つ選び、記号を○で囲みなさい。

- (1) I know a teacher () can play the guitar. 〈神奈川改〉
 ア which イ who ウ whose
- (2) Look at the boy and his dog () are running over there.
 ア which イ that ウ who
- (3) I found some books () tell us about the earth. 〈東明館高〉
 ア which イ whose ウ who
- (4) A: What is that? 〈東山高〉
 B: It's something () is used for writing.
 ア who イ that ウ like エ always
- (5) A: Look at the girl () is playing tennis. Who is she? 〈千葉〉
 B: She is Tomoko's sister.
 ア what イ who ウ which エ when
- (6) Do you have a book () in English?
 ア which is writing イ that is written ウ is written エ which written

2 次の各組の文がほぼ同じ内容を表すように、空所に適語を書きなさい。

- (1) { Tom has a friend living in Kyoto.
 Tom has a friend _____ in Kyoto. 〈佐賀〉
- (2) { Look at the girl with long hair.
 Look at the girl _____ long hair.
- (3) { This is the picture taken by my brother.
 This is the picture _____ taken by my brother.
- (4) { Our English teacher has a nice smile. 〈高知学芸高〉
 The teacher _____ us English has a nice smile.
- (5) { All the students in this class can speak English.
 There are no students in this class _____ speak English.

3 次の英文の下線部には1か所ずつ誤りがあります。その部分の記号を書きなさい。

- (1) My sister has a book who was written by Natsume Soseki.
 ア イ ウ エ オ
- (2) The man who is standing by the river look very sad . 〈古川学園高改〉
 ア イ ウ エ オ
- (3) I have never seen the pictures which was painted by Tom.
 ア イ ウ エ オ
- (4) The car *ran over a child and his dog which were just crossing the street. 〈函館ラ・サール高〉
 ア イ ウ エ オ

* run over ～ ～をひく

4 次の日本語の意味を表すように、空所に適語を書きなさい。

- (1) 私にはテニスのじょうずな兄がいます。

I have a _____ tennis well.

- (2) あなたは頭上を飛んでいるあれらの鳥が見えますか。

Can you see those birds _____ over your head?

- (3) 私たちに英語を教えている男性はオーストラリアの出身です。

The man _____ us English _____ from Australia.

5 次の2文を、関係代名詞を用いて1文に書きかえなさい。

- (1) Please read the letter. It was written by your grandmother.

- (2) The girl looks happy. She has a cat in her arms.

- (3) Have you ever seen the animal? It can run very fast.

6 次の英文を日本語にきなさい。

- (1) Taro has a sister who studies music in New York.

- (2) I'm going to buy a camera which was made in Japan.

- (3) The students that live in this city can use this library.

7 次の日本語に合うように()内の語(句)を並べかえて、正しい英文にきなさい。

- (1) 命を持っているものすべてを愛きなさい。(everything / has / life / love / that). 〈香川〉

- (2) 彼女は自分を幸せにしてくれる人を探しています。 〈帝塚山学院高〉

She's looking for (makes / who / a person / her / happy).

She's looking for _____.

- (3) 私たちに宇宙のことをたくさん教えてくれるその本は、とてもおもしろいです。 〈九州国際大付高〉

(tells / the book / a lot about space / which / us) is very interesting.

_____ is very interesting.

- (4) あなたはこの絵をかいた人を知っていますか。

Do (this picture / who / you / drew / know / the person)?

Do _____ ?

- (5) 臓器移植を必要としているたくさんの人々がいます。 * organ transplantation 臓器移植 〈香川〉

(people / lots / who / there / need / are / of) *organ transplantation.

_____ organ transplantation.

• 英作文 •

1 関係代名詞を用いて、次の日本語を英文にしてください。

- ☐ (1) この湖を見つけた男性を知っていますか。

□(2) 私は昨日、大きい目をしたイヌを見ました。

☐ (3) これはたくさんの人々によって読まれている本です。

☐ (4) 私はピアノをひいている少女を知っています。

☐ (5) 恵美(Emi)によって作られたケーキはおいしかったです。

□(6) 私たちの先生と話している男性は久美(Kumi)のお父さんです。

□(7) この写真を撮った少年はトム(Tom)です。

□(8) 健(Ken)によってかかれた絵を私に見せてくれませんか。

☐ (9) その部屋でテレビを見ている少女は由美(Yumi)です。

☐ (10) 私には、ハワイ(Hawaii)に3回行ったことがある友人がいます。

2 次の各文章は、ある辞書の説明文です。例にならって、下線部を補い、説明文を完成しなさい。ただし、
[]内の語は必ず使用すること。必要があれば、語の形をかえてもよい。 (成蹊高改)

(例) knife(ナイフ)

A knife is [thing, which, use]. It is sometimes used as a *weapon.

→ A knife is a thing which is used to cut things.

* weapon 武器

- ☐ (1) refrigerator (冷蔵庫)

A refrigerator [machine, which, cold] . Food stays fresh in it.

A refrigerator

- ☐ (2) greengrocer (青果商)

A greengrocer [who, fruit, *vegetable]. He or she is usually an owner of a shop.

A greengrocer

* vegetable 野菜

読解問題



- 1 次の英文は、ある中学生が盲導犬(guide dogs)について書いた文章です。これを読んで、あとの問いに答えなさい。 (佐賀改)

Do you like dogs? Most of you will answer “Yes.” Dogs are our very good friends. But have you ever seen or heard about guide dogs? They are very important ① (can’t / people / see / who / for). Guide dogs help blind people when they go out and walk around *safely on the busy streets.

- 5 One day I saw a man with a dog in a restaurant. That was my first time to see a dog in a restaurant. ② I was surprised. So my father said, “That’s not a pet. It’s a guide dog. You can bring a guide dog to a restaurant.” I didn’t know anything about guide dogs. I became interested, and now I know a lot about them.

- It is not easy to *train guide dogs. Before they start training, they have to take a test.
10 They should be kind and *clever and love working with people. If they *pass, those dogs are trained for six to ten months to become guide dogs. First, they learn *simple commands like “Sit,” or “Stop.” Then after they pass many tests, ③ they learn to help people in the town. The guide dogs are trained to stop or walk away when there is *danger. They also help people when they get on and off buses and trains. *Last, ④ a person has to spend four weeks with the dog.

Guide dogs work for about eight years. People with guide dogs can enjoy visiting many places and staying in hotels. Sometimes they can take them on a plane.

Some people still don’t know guide dogs are very important. I was one of ⑤ them. I hope more people will learn about these dogs.

(注) safely 安全に train 訓練する clever 賢い pass 合格する

simple command(s) 簡単な命令 danger 危険なもの last 最後に

- (1) 下線部①が「目が見えない人々にとって」という意味になるように、()内の語を並べかえなさい。

- (2) 下線部②の理由を日本語で書きなさい。

- (3) 下線部③の具体例を、本文にそって日本語で1つ書きなさい。

- (4) 下線部④が「盲導犬がほしい人は、イヌといっしょに4週間過ごさなければなりません」という意味になるように、 にあてはまる5語を書きなさい。

a person

- (5) 下線部⑤の内容として最も適切なものを、ア～エから1つ選びなさい。

- ア people who don’t know much about guide dogs
イ people who have never trained guide dogs
ウ people who want to know more about guide dogs
エ people who think guide dogs are important

15 関係代名詞 (2) 〈目的格〉



1 目的格の関係代名詞 which, that

① This is the picture **which** Yuki took.

これは由紀が撮った写真です。

② The man **that** I saw there was kind.

私がそこで会った男の人は親切でした。

①② 目的格の関係代名詞 **which, that** 関係代名詞 **which, that** は「目的格」の関係代名詞としても使われる。目的格の関係代名詞は、続く文の中で目的語の働きをする。

目的格の関係代名詞 **which** 先行詞が「物」・「動物」の場合に使う。

This is the picture. Yuki took it.
 (物) ↓ 目的語
 → This is the picture **which** Yuki took. (これは由紀が撮った写真です。)
 先行詞 ↓ 関係代名詞 〈目的格〉 ↓ it は不要。

目的格の関係代名詞 **that** 先行詞が「人」・「物」・「動物」の場合に使う。

The man was kind. I saw him there. * 先行詞が「人」の場合は **whom** を使うこともある。
 (人) ↓ 目的語
 → The man **that** I saw there was kind. (私がそこで会った男の人は親切でした。)
 先行詞 ↓ 関係代名詞 〈目的格〉

- **that が好まれる場合** 目的格でも次のような場合は、**which** や **whom** よりも **that** が好まれる。
 ・先行詞の前に形容詞の最上級、the first[last] / the only / all / every / any / no などがあるとき。

This is the only book **that** he wrote. (これは彼が書いたただ1冊の本です。)

Tell me everything **that** you know about the country.

(その国についてあなたが知っていることをすべて私に話さない。)

2 関係代名詞の省略

③ Tom is a boy everyone likes.

トムはみんなが好きな少年です。

④ This is the cake my mother made.

これは私の母が作ったケーキです。

③④ 関係代名詞の省略 目的格の関係代名詞(**which, that, whom**)は省略されることが多い。

This is the cake **which[that]** my mother made.
 ↓ 関係代名詞 〈目的格〉
 → This is the cake my mother made. (これは私の母が作ったケーキです。)
 先行詞 ↓ which または that を省略

関係代名詞のまとめ

先行詞 \ 格	主格	目的格
人	who[that]	that[whom] (省略できる)
物・動物	which[that]	which[that] (省略できる)

確認問題

1 〈目的格の関係代名詞 which[that]〉下線部に注意して関係代名詞を使い、2つの文を1つにしない。

➡ 1 2

□(1) This is the picture. Taro painted it.

This is the picture _____.

□(2) The flowers were beautiful. We saw them in the garden.

The flowers _____ in the garden were beautiful.

2 〈目的格の関係代名詞 that〉下線部に注意して関係代名詞を使い、2つの文を1つにしない。

➡ 2

□(1) That is the woman. I saw her on TV yesterday.

That is the woman _____ on TV yesterday.

□(2) They are the tennis players. I like them very much.

They are the tennis players _____ very much.

3 〈目的格の関係代名詞 that〉下線部に注意して関係代名詞を使い、2つの文を1つにしない。ただし、**which、whom** は用いないこと。

➡ 2

□(1) The girl is Mika. He likes her very much.

The girl _____ very much is Mika.

□(2) Do you remember the food? We ate it in Kyoto.

Do you remember the food _____ in Kyoto?

□(3) Please show me the books. You have them in your bag.

Please show me the books _____ in your bag.

4 〈関係代名詞の省略〉次の文で、下線部の語を省略できれば○、できなければ×を書きなさい。➡ 3 4

□(1) This is the flower which Emi likes. _____

□(2) The boy that is sleeping there is cute. _____

□(3) Was the cake that he made good? _____

□(4) The person that she met was John. _____

5 〈関係代名詞の省略〉次の日本文に合うように()内の語を並べかえて、正しい英文にしない。➡ 3 4

□(1) これは私が京都で撮った写真です。 This is (I / picture / took / the) in Kyoto.

This is _____ in Kyoto.

□(2) トムが割った窓をごらん下さい。 Look at (broke / the / Tom / window).

Look at _____.

□(3) 彼女が先週買ったドレスは赤色です。 (dress / bought / the / she) last week is red.

_____ last week is red.

□(4) 彼が会った少年は私の弟でした。 The boy (was / met / he) my brother.

The boy _____ my brother.

基本問題

1 〈目的格の関係代名詞〉 次の2文を、関係代名詞を用いて1文に下さい。

- ☐ (1) This is the boy. I met him yesterday.

This is the boy _____ yesterday.

- ☐ (2) I don't know the man. Everyone calls him Ken.

I don't know the man _____.

- ☐ (3) The girl is sitting over there. I like her.

The girl _____ is sitting over there.

- ☐ (4) This is the car. He bought it last year.

This is the car _____ last year.

- ☐ (5) These are the flowers. Emi grows them.

These are the flowers _____.

- ☐ (6) The book was interesting. I read it yesterday.

The book _____ yesterday was interesting.

2 〈目的格の関係代名詞〉 例にならって、関係代名詞 **that** を用いて2文を1文に書きかえなさい。

(例) This is the book. I bought it last week. → This is the book that I bought last week.

- ☐ (1) This is the woman. I called her last night.

- ☐ (2) We had a cake. My mother made it for us.

- ☐ (3) All the students were good at math. He taught them.

- ☐ (4) The last train was crowded with young people. We took it.

3 〈目的格の関係代名詞〉 次の日本語に合うように、関係代名詞を用いて空所に適語を書きなさい。

- ☐ (1) あれはあなたが昨日作ったいすですか。

Is that the chair _____ yesterday?

- ☐ (2) あなたがいちばん好きな歌手が今日本に来ていますよ。

The singer _____ the best is in Japan now.

- ☐ (3) あなたがほしいものを何でもあげましょう。

I will give you anything _____.

- ☐ (4) 私たちがわかっている唯一のことは彼が正直であるということです。

The only thing _____ know is that he is honest.

- ☐ (5) これは私が今までに見た中で最も面白い映画です。

This is the most interesting movie _____
ever seen.

4 〈関係代名詞の省略〉 次の英文で関係代名詞が省略されている箇所を選び、記号で答えなさい。

- (1) Show me the present your aunt sent to you. _____
 ア イ ウ エ
- (2) This is the bag I used last week. _____
 ア イ ウ エ
- (3) Ms. Green is a woman I have wanted to see for a long time. _____
 ア イ ウ エ
- (4) The pictures we took in New York are very nice. _____
 ア イ ウ エ

5 〈関係代名詞の省略〉 次の日本語に合うように()内の語(句)を並べかえて、正しい英文にきなさい。

- (1) これは私たちが大好きな歌です。 This (like / a / we / song / is) very much.
 This _____ very much.
- (2) 私たちの先生が書いた本を知っていますか。
 Do you know (the / our / wrote / book / teacher)?
 Do you know _____ ?
- (3) 私が旅行中に撮った写真をあなたはどこに置きましたか。
 Where did you (took / the pictures / during / put / I) the trip?
 Where did you _____ the trip?
- (4) 彼が公園で会った男性は佐藤氏です。
 (met / the park / he / the man / in) is Mr. Sato.
 _____ is Mr. Sato.
- (5) 彼が私にした質問はとても簡単でした。
 (he / question / was / asked / the / me) very easy.
 _____ very easy.
- (6) 私がここで買った唯一のものはこの人形です。
 The only (I / is / bought / thing / here) this doll.
 The only _____ this doll.

6 〈目的格の関係代名詞〉 次の英文を日本語にきなさい。

- (1) That is the child that he helped.
 あちらは _____ です。
- (2) I can't find the watch which I bought yesterday.
 私が _____ が見つかりません。
- (3) The first letter that I wrote to Nancy was very long.
 _____ はとても長かったです。
- (4) I have not read the e-mail you sent to me yesterday.
 私は _____ をまだ読んでいません。
- (5) I'll tell you everything I know.
 私が _____ 。

5 次の日本語の意味を表すように、空所に2語か3語の英語を加えて、英文を完成させなさい。

- (1) あなたはあなたの読みたい本を選ぶことができます。

You can choose any books _____ to read.

- (2) あなたが昨夜会った男性の名前を私に教えてください。

Please tell me the name of the man _____ last night.

- (3) 私が毎日使っている自転車は私の弟のものです。

The bike _____ every day is my brother's.

- (4) 彼のかく絵は、絵はがきのように見えます。

The picture _____ looks like a postcard.

6 次の日本語に合うように()内の語(句)を並べかえて、正しい英文にきなさい。

- (1) 札幌は私が訪れたいと思っている都市の1つです。

〈神奈川改〉

Sapporo is (visit / one / that / want / cities / I / of / the / to).

Sapporo is _____.

- (2) 昨日テレビで見たニュースにぼくは腹が立ちました。

〈滝川高改〉

The news (on TV / angry / yesterday / that / made / saw / I / me).

The news _____.

- (3) あなたが昨日買った本を見せてください。

〈福岡大附大濠高〉

(which / the / you / bought / show / please / me / book) yesterday.

_____ yesterday.

- (4) 私たちは彼女が飼っているネコを見たことはありません。

(seen / we / cat / never / have / has / she / which / the).

_____.

- (5) あなたがコンサートに招待した少女は幸せそうです。

(the / invited / happy / concert / girl / to / you / the / looks).

_____.

- (6) 何か私にできることがありますか。

〈日本大第三高〉

(can / there / I / is / do / anything / for / you)?

_____.

7 次の()内の語(句)を並べかえて、正しい英文にきなさい。

- (1) He is (like / a teacher / the best / I).

〈島根改〉

He is _____.

- (2) A: Look! What are those boys playing over there? Baseball?

〈福島〉

B: No, we (are / call / game / the / they) playing *cricket.

* cricket クリケット

No, we _____ playing cricket.

- (3) A: I'm going to the library. I have to give a book back today.

〈長崎〉

B: I see. Can (show / you / me / have / the book / you / read)?

Can _____?

14 関係代名詞(1)〈主格〉

◆確認問題◆

→p.147

- 1 (1) who (2) who (3) who
- 2 (1) which (2) which (3) which
- 3 (1) イ (2) ア (3) イ (4) ア
- 4 (1) ア (2) イ (3) ア
- 5 (1) 英語をじょうずに話すことができる
(2) 向こうを歩いている
(3) 日本で作られた[日本製の]
(4) 窓のない唯一の

解説 1 先行詞が「人」のときは、関係代名詞 who を使う。

2 先行詞が「人」以外の「物」「動物」のときは、関係代名詞 which を使う。

- 3 (1) 先行詞は the dog で「動物」。
(2) 先行詞は the students で「人」。
(3) 先行詞は the house で「物」。
(4) 先行詞は the man で「人」。

4 関係代名詞のあとに続く動詞は、先行詞の人称・数に一致させる。

- (1) 先行詞は many friends。複数なので動詞に -s はつけない。
(2) a cat は 3 人称・単数。
(3) a dog は 3 人称・単数。

5 関係代名詞は日本語に訳さない。

◆基本問題◆

→p.148~p.149

- 1 (1) ア (2) イ (3) イ (4) ア
(5) イ (6) イ (7) イ (8) イ
- 2 (1) who、wrote (2) who、wants
(3) which、has (4) which、were
- 3 (1) who is loved by everyone
(2) who broke the window
(3) which likes swimming
(4) which was written by him
- 4 (1) sister ^ likes (2) house ^ stands
(3) boy ^ is (4) person ^ finished
(5) man ^ just
- 5 (1) that、has (2) that、teaches
(3) that、were
- 6 (1) We met a man that could use computers.
(2) I must get on the last train that starts at eleven.
(3) The camera that was found in the room yesterday is hers.
- 7 (1) 大阪に住んでいる友人がいます
(2) 本を読んでいる少年
(3) たくさんの古い寺がある美しい都市です
(4) この村に住んでいる唯一の日本人ですか
- 8 (1) city which has many parks
(2) The man who came here yesterday
(3) the girl who is singing songs
(4) is a pen that was given

解説 1 (1)~(5) 関係代名詞 who は先行詞が「人」、which は先行詞が「物」「動物」のときに用いる。

(6) 先行詞が複数なので be 動詞は are。

(7) last year とあるので which 以下は過去の文。

(8) 先行詞が「人+動物」なので関係代名詞は that。

2 (1)(2) 先行詞が「人」→関係代名詞は who。

(3)(4) 先行詞が「物」→関係代名詞は which。

3 先行詞の後ろに関係代名詞を置き、2つ目の文の主語(He、It)を省いて、動詞から文を続ける。

4 (4) 先行詞は the first person。「彼がレポートを書き終えた最初の人でした」

(5) 先行詞は主語の The man。「ちょうど入って来た男性は私たちの先生です」

7 関係代名詞を含む節の部分から始め、そこから先行詞に戻るように訳していく。

8 (2) The man が先行詞。あとに「昨日ここに来た」の who came here yesterday を続ける。

◆発展問題◆

→p.150~p.151

- ❶ (1) イ (2) イ (3) ア (4) イ
(5) イ (6) イ
- ❷ (1) who[that]、lives (2) who[that]、has
(3) which[that]、was
(4) who[that]、teaches
(5) that、can't[cannot]
- ❸ (1) イ (2) エ (3) エ (4) イ
- ❹ (1) brother、who[that]、plays
(2) which[that]、are、flying
(3) who[that]、teaches、is[comes]
- ❺ (1) Please read the letter which[that] was written by your grandmother.
(2) The girl who[that] has a cat in her arms looks happy.
(3) Have you ever seen the animal which [that] can run very fast?
- ❻ (1) タロウにはニューヨークで音楽を勉強している姉[妹]がいます。
(2) 私は日本で作られた[日本製の]カメラを買うつもりです。
(3) この都市に住んでいる学生たちはこの図書館を使うことができます。
- ❼ (1) Love everything that has life.
(2) a person who makes her happy
(3) The book which tells us a lot about space
(4) you know the person who drew this picture
(5) There are lots of people who need

- 解説** ❶ (2) 先行詞が「人+動物」なので that。
(6) 「英語で書かれている本」なので関係代名詞のあとは受動態が続く。
- ❷ (1) 分詞を(関係代名詞+動詞)で書きかえる。
(5) 「このクラスで英語を話せない生徒はいません」先行詞に no がつくときは that を用いることが多い。
- ❸ (1) who → which. 先行詞が「物」。
(2) look → looks. 動詞 look は先行詞 the man に一致させる。
(3) was → were. 先行詞は複数。
(4) which → that. 「人+動物」が先行詞。
- ❹ (2) 先行詞が those birds と複数なので、関係代名詞のあとの be 動詞は are を使う。
- ❺ (2) 先行詞は The girl. 「ネコを両腕に抱いている女の子はうれしそうに見えます」

◆英作文◆

→p.152

- ❶ (1) Do you know the man who[that] found this lake?
(2) I saw a dog which[that] had big eyes yesterday.
(3) This is a book which[that] is read by a lot of[many] people.
(4) I know the girl who[that] is playing the piano.
(5) The cake which[that] was made by Emi was good[delicious].
(6) The man who[that] is talking[speaking] with our teacher is Kumi's father.
(7) The boy who[that] took this picture is Tom.
(8) Will[Can / Would / Could] you show me the picture(s) which[that] was[were] painted[drawn] by Ken?
(9) The girl who[that] is watching TV in the [that] room is Yumi.
(10) I have a friend who[that] has been to Hawaii three times.
- ❷ (1) (例) is a machine which is used for keeping[to keep] food cold または is a machine which keeps food cold
(2) (例) is a person who sells fruit(s) and vegetables

- 解説** ❶ (2) 「大きい目をした」は「大きい目を持っていた」と考える。
(3) 「読まれている」なので、関係代名詞のあとは受動態の形にする。
(6) 「話している」なので、関係代名詞のあとは現在進行形。先行詞は The man。
(7) 先行詞は The boy でこの文の主語。あとに「この写真を撮った」を続ける。
(8) 「～に…を見せる」は(show + 人+物)の語順。先行詞は the picture(s)。
(10) 「～に行ったことがある」は has been to ～。「3回」は three times。
- ❷ (1) 「冷蔵庫は食品を冷やしておくために使われる機械です[食品を冷やしておく機械です]。食品は其中で新鮮なままです」
〈keep A B〉= 「A を B にしておく」
(2) 「青果商は果物や野菜を売る人です。彼または彼女はたいてい店の所有者です」

◆読解問題◆

→p.153

- ① (1) for people who can't see
 (2) レストランでイヌを見たのは初めてだったから。
 (3) 危険なものがあるときに、立ち止まったり、避けて歩いたりする[バスや列車の乗り降りを手助けする]。
 (4) who[that]、wants、a、guide、dog
 (5) ア

解説 ① (3) あとの2文に具体例が記されている。
 (5) 本文18行目からアとわかる。

全訳 あなたはイヌが好きだろうか。あなたたちの大部分は「はい」と答えるだろう。イヌは私たちのとてもよい友人だ。しかし、あなたは盲導犬について見たことや聞いたことがあるだろうか。盲導犬は目が見えない人々にとってはとても重要である。目が不自由な人が外出して交通のはげしい通りを安全に歩き回るとき、盲導犬は彼らを手助けする。

ある日、ぼくはレストランでイヌといっしょの男性を見た。レストランでイヌを見たのは、そのときが初めてだった。ぼくは驚いた。それで父は「あれはペットではない。盲導犬だ。盲導犬はレストランに連れて来ていいんだよ」と言った。ぼくは盲導犬について何も知らなかった。ぼくは興味を持つようになり、今はそれらに関してたくさん知っている。

盲導犬を訓練することは簡単ではない。訓練を始める前に、盲導犬はテストを受けなければならない。盲導犬は親切で賢く、そして人と働くことが大好きでなくてはならない。合格すると、それらのイヌは盲導犬になるために6か月から10か月間訓練される。最初に、イヌたちは「座れ」とか「止まれ」のような簡単な命令を学ぶ。それから、いくつものテストに合格したあと、町の中で人々を手助けすることを学ぶ。危険なものがあるときに立ち止まったり、避けて歩いたりできるように盲導犬は訓練される。盲導犬はまた人々がバスや列車に乗り降りするときに手助けする。最後に、盲導犬がほしい人は、イヌといっしょに4週間過ごさなければならない。

盲導犬は約8年間働く。盲導犬を連れた人々はさまざまな場所を訪問したりホテルに滞在したりすることを楽しむことができる。ときには飛行機に乗せることもできる。

盲導犬がとても重要だということをまだ知らない人々がいる。ぼくもその1人だった。もっと多くの人々に盲導犬について知ってほしいとぼくは思う。

15 関係代名詞(2)〈目的格〉

◆確認問題◆

→p.155

- ① (1) which[that]、Taro、painted
 (2) which[that]、we、saw
 ② (1) that[whom]、I、saw
 (2) that[whom]、I、like
 ③ (1) that、he、likes (2) that、we、ate
 (3) that、you、have
 ④ (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○
 ⑤ (1) the picture I took
 (2) the window Tom broke
 (3) The dress she bought
 (4) he met was

解説 ① 先行詞が「物」や「動物」の場合は、関係代名詞に which または that を用いる。

② 目的格の関係代名詞は、先行詞が「人」の場合 that や whom を用いる。

④ (2) 主格の関係代名詞は省略できない。

◆基本問題◆

→p.156~p.157

- ① (1) that[whom]、I、met
 (2) that[whom]、everyone、calls、Ken
 (3) that[whom]、I、like
 (4) which[that]、he、bought
 (5) which[that]、Emi、grows
 (6) which[that]、I、read
 ② (1) This is the woman that I called last night.
 (2) We had a cake that my mother made for us.
 (3) All the students that he taught were good at math.
 (4) The last train that we took was crowded with young people.
 ③ (1) which[that]、you、made
 (2) that[whom]、you、like[love]
 (3) that、you、want
 (4) that、we
 (5) that、I、have
 ④ (1) ウ (2) イ (3) イ (4) ア
 ⑤ (1) is a song we like
 (2) the book our teacher wrote
 (3) put the pictures I took during
 (4) The man he met in the park

- (5) The question he asked me was
(6) thing I bought here is

- ❷ (1) 彼が助けた子供
(2) 昨日買った腕時計
(3) 私がナンシーに書いた最初の手紙
(4) あなたが昨日私に送ってくれた E メール
(5) 知っているすべてをあなたにお話ししましょう

- (3) Please show me the book which you bought
(4) We have never seen the cat which she has.
(5) The girl you invited to the concert looks happy.
(6) Is there anything I can do for you?

- ❸ (1) a teacher I like the best
(2) call the game they are
(3) you show me the book you have read

解説 ❸ (3) 先行詞が anything なので関係代名詞は that が好まれる。

(4) 先行詞に the only が含まれるので関係代名詞は that が好まれる。

(5) 先行詞に最上級が含まれるので関係代名詞 that が好まれる。「私が今までに見た」は現在完了の経験用法を用いて表す。

❹ 先行詞と〈主語＋動詞〉の間に関係代名詞が省略されている。

- (1) 「あなたのおばさんがあなたに送ったプレゼントを私に見せてください」
(2) 「これは私が先週使ったかばんです」
(3) 「グリーンさんは私が長い間会いたいと思っている女性です」
(4) 「私たちがニューヨークで撮った写真はとてもすばらしい」

❺ (3) during the trip = 「旅行中に」

❖発展問題❖

→p.158～p.159

- ❶ (1) ア (2) エ (3) ウ (4) イ
(5) ア

- ❷ (1) Taro, took (2) he, likes
(3) most, ever

- ❸ (1) エ (2) ウ (3) エ

- ❹ (1) あなた(たち)が駅への道をたずねた女性は私のおばです。
(2) これは私の父が2年間使ってきたコンピュータです。
(3) トムは私がパーティーに招待した男の子たちの1人です。
(4) 私が持っているかばんは、あなたが昨日買ったもの[かばん]とちがいます。

- ❺ (1) (that) you want
(2) (that[whom]) you met[saw]
(3) (which[that]) I use[ride]
(4) (which[that]) he paints[draws]

- ❻ (1) one of the cities that I want to visit
(2) that I saw on TV yesterday made me angry

解説 ❶ (2) 「これは私たちが2年前に訪れた公園です」 関係代名詞 which[that]が省略されている。

(4) 「彼が昨日始めた宿題はとても難しかったです」

(5) 「それは私が今までに読んだ最良の本です」

❷ (1) 「それらはインドで太郎によって撮られた写真です」→「それらは太郎がインドで撮った写真です」

(2) 「数学は彼の大好きな教科です」→「数学は彼がいちばん好きな教科です」

(3) 「私はこれほどおもしろい小説を読んだことがありません」→「これは私が今までに読んだいちばんおもしろい小説です」

❸ (1) it は不要。

(2) see → saw。yesterday があるので関係代名詞のあとは過去の文。

(3) a book のあとに関係代名詞が省略されている。He is looking for a book. + His children will be interested in it. を1文にしているので、interested のあとに in が必要。「彼は自分の子供たちが興味を持ちそうな本を探しています」

❹ (1) The woman が先行詞で station までが主部。
(4) be different from ～＝「…は～とはちがう[異なる]」。比べているのは、the bag I have 「私が持っているかばん」と the one(＝the bag) you bought yesterday 「あなたが昨日買ったかばん」。

❺ (1) 先行詞が any books なので関係代名詞は that が好まれる。

❻ (1) 「～の1つ」は one of ～。先行詞は the cities。関係代名詞 that のあとに「私が訪れたい」の I want to visit が続く。

(2) 〈make A B〉「A を B(の状態)にする」を用いる。
(6) There is ～. の疑問文。

❷ (1) 「彼は私がいちばん好きな先生です」

(2) 「私たちは彼らがしている競技をクリケットと呼びます」 〈call A B〉「A を B と呼ぶ」の A の部分が the game they are playing となっている。

(3) 「あなたが読んだ本を私に見せてもらえますか」

13

関数 $y = ax^2$

2乗に比例する関数

y が x の関数で、 x と y の間に $y = ax^2$ (a は 0 でない定数) の関係が成り立つとき、 y は x の 2 乗に比例するといひ、 a を比例定数という。

y が x の 2 乗に比例するとき、 x の値が n 倍になると、対応する y の値は n^2 倍になる。

例題 1

次の(1)、(2)について、 y を x の式で表し、比例定数をいいなさい。

(1) 1 辺の長さが x cm の立方体の表面積を y cm² とする。

(2) 半径が x cm の円の面積を y cm² とする。

解き方

(1) 立方体には 6 つの正方形の面があるから、 $y = x^2 \times 6$

答 $y = 6x^2$ 、比例定数…6

(2) 円の面積 = (円周率) \times (半径)² より、 $y = \pi \times x^2$

答 $y = \pi x^2$ 、比例定数… π

* 問題 1 縦 x cm、横 $3x$ cm の長方形の面積を y cm² とするとき、次の問いに答えなさい。

□(1) y を x の式で表しなさい。また、比例定数をいいなさい。

□(2) 右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。

□(3) 表の下の①～③にあてはまる数を求めなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

4倍 (0→2), 2倍 (1→2), 3倍 (1→3), ①倍 (2→3), ③倍 (2→6), ②倍 (3→6)

 $y = ax^2$ の決定

y が x の 2 乗に比例するとき、1 組の x 、 y の値がわかれば、これを $y = ax^2$ に代入して、比例定数 a の値を求めることができる。

例題 2

y は x の 2 乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 12$ である。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x = -4$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y = 75$ となる x の値を求めなさい。

解き方

(1) y は x の 2 乗に比例するから、求める式を $y = ax^2$ とおく。これに、 $x = 2$ 、 $y = 12$ を代入して、 $12 = a \times 2^2 \rightarrow 4a = 12 \rightarrow a = 3$ よって、 $y = 3x^2$ 答 $y = 3x^2$

(2) (1)で求めた $y = 3x^2$ に $x = -4$ を代入して、 $y = 3 \times (-4)^2 = 48$ 答 $y = 48$

(3) (1)で求めた $y = 3x^2$ に $y = 75$ を代入して、 $75 = 3x^2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$ 答 $x = \pm 5$

問題 2 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例し、 $x = -3$ のとき $y = 18$ である。次の①、②に答えなさい。

□① y を x の式で表しなさい。

□② $x = 2$ のときの y の値を求めなさい。

* (2) 関数 $y = ax^2$ において、 $x = 4$ のとき $y = -16$ である。次の①～③に答えなさい。

□① a の値を求めなさい。

□② $x = -5$ のときの y の値を求めなさい。

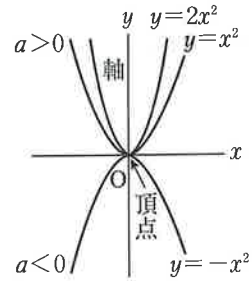
□③ $y = -9$ となる x の値を求めなさい。

$y = ax^2$ のグラフ

▶ $y = ax^2$ のグラフは曲線であり、その曲線のことを放物線という。

▶ $y = ax^2$ のグラフの特徴

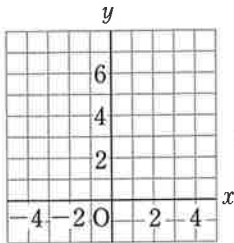
- ① 原点を通る放物線で、 y 軸について対称である。
(放物線の頂点は原点で、放物線の軸は y 軸である。)
- ② $a > 0$ のときは上に開いた形になり、 $a < 0$ のときは下に開いた形になる。
- ③ a の絶対値が大きくなるにつれて、グラフの開き方は小さくなる。
- ④ $y = ax^2$ のグラフと $y = -ax^2$ のグラフは x 軸について対称である。

**例題 3**

関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の表の空らんにあてはまる数を求めなさい。
- (2) 下の図にグラフをかきなさい。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y

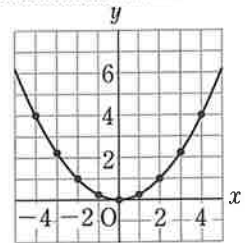
**解き方**

(1) x の値を順に代入する。

答 順に、 4 、 $\frac{9}{4}$ 、 1 、 $\frac{1}{4}$ 、 0 、 $\frac{1}{4}$ 、 1 、 $\frac{9}{4}$ 、 4

(2) (1)の表から点をいくつかとり、間をなめらかな曲線(放物線)で結ぶ。

答 右図

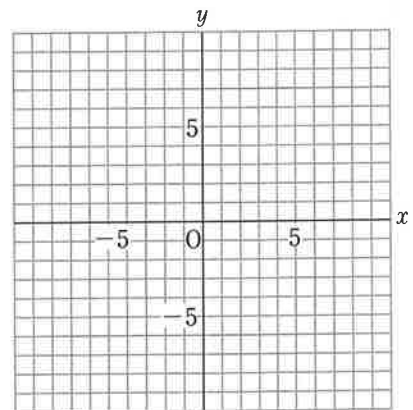
**問題 3** 次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = x^2$ について、下の表をうめなさい。また、 $y = x^2$ のグラフを右の図にかきなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y

* (2) 次の関数のグラフを右の図にかきなさい。

□① $y = \frac{1}{2}x^2$ □② $y = -x^2$ □③ $y = -\frac{1}{2}x^2$

**例題 4**

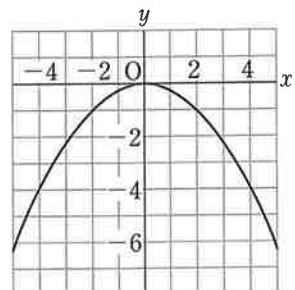
関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(3, -18)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

解き方 グラフが点 $(3, -18)$ を通るから、 $x = 3$ のとき $y = -18$ である。これを $y = ax^2$ に代入して、
 $-18 = a \times 3^2$ 、 $9a = -18$ 、 $a = -2$

答 $a = -2$

問題 4 次の問いに答えなさい。

- * □(1) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(2, 8)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (2) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(-3, 6)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。
- (3) 右の図は関数 $y = ax^2$ のグラフである。 a の値を求めなさい。



基本問題

- * **1** 〈2乗に比例する関数〉 次の(1)~(3)について、 y を x の式で表し、 y が x の2乗に比例するものには比例定数を書き、そうでないものには×印を書きなさい。

□(1) 1辺の長さが x cmの正方形の面積を y cm²とする。

□(2) 底辺が x cm、高さ6 cmの三角形の面積を y cm²とする。

□(3) 底面の半径が x cm、高さ6 cmの円錐の体積を y cm³とする。

- 2** 〈 $y = ax^2$ の決定〉 次の問いに答えなさい。

□(1) y は x の2乗に比例し、 $x=3$ のとき $y=-27$ である。 y を x の式で表しなさい。

* □(2) 関数 $y = ax^2$ において、 $x=-1$ のとき $y=5$ である。 a の値を求めなさい。

* □(3) y は x^2 に比例し、 $x=5$ のとき $y=25$ である。 $x=-3$ のときの y の値を求めなさい。

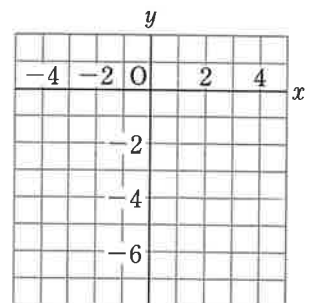
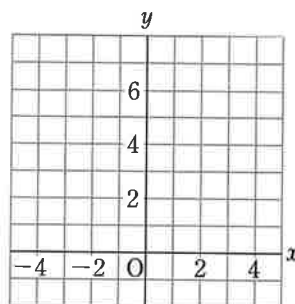
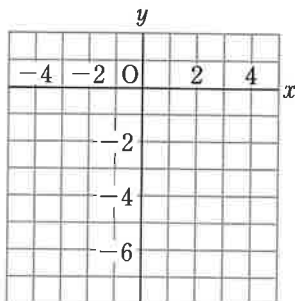
□(4) 関数 $y = ax^2$ において、 $x=-2$ のとき $y=2$ である。 $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

- 3** 〈 $y = ax^2$ のグラフ①〉 次の(1)~(3)の関数のグラフをかきなさい。

* □(1) $y = -\frac{1}{4}x^2$

* □(2) $y = \frac{1}{3}x^2$

□(3) $y = -\frac{1}{3}x^2$



- 4** 〈 $y = ax^2$ のグラフ②〉 下のア~オの関数のグラフについて、次の問いに答えなさい。

ア $y = \frac{1}{2}x^2$

イ $y = -x^2$

ウ $y = 2x^2$

エ $y = -\frac{1}{2}x^2$

オ $y = -4x^2$

* □(1) グラフが上に開いているものをすべて答えなさい。

* □(2) イとオでは、どちらのグラフの開き方が大きいですか。

□(3) グラフが x 軸についてたがいに対称になっているものは、どれとどれですか。

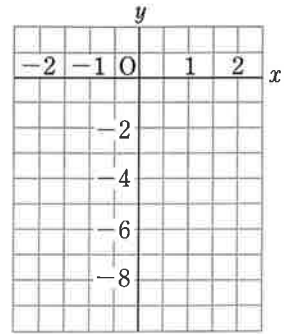
□(4) グラフが点 $(-4, -8)$ を通るものはどれですか。

5 $\langle y = ax^2$ のグラフ③ \rangle 関数 $y = -2x^2$ のグラフについて、次の問いに答えなさい。

*□(1) 右の図にグラフをかきなさい。

□(2) (1)でかいたグラフと x 軸について対称なグラフの式を答えなさい。

□(3) $y = -2x^2$ のグラフは点 (5, □) を通る。□にあてはまる数を求めなさい。



6 $\langle y = ax^2$ のグラフと a の決定① \rangle 次の問いに答えなさい。

*□(1) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(-3, -9)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

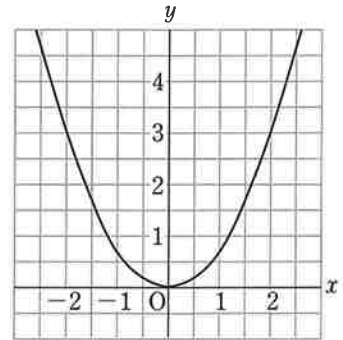
□(2) 関数 $y = ax^2$ のグラフが点 $(4, -8)$ を通るとき、 a の値を求めなさい。

7 $\langle y = ax^2$ のグラフと a の決定② \rangle 右の図は、関数 $y = ax^2$ のグラフである。次の問いに答えなさい。

*□(1) a の値を求めなさい。

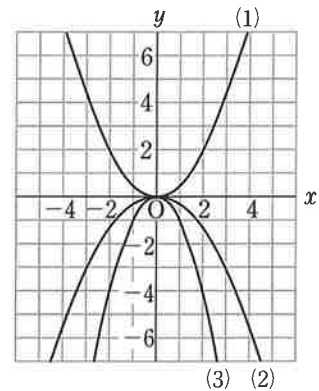
□(2) このグラフ上にあり、 x 座標が 3 である点の座標を求めなさい。

□(3) 点 $(p, 12)$ がこのグラフ上にあるとき、 p の値を求めなさい。



***8** $\langle y = ax^2$ のグラフと a の決定③ \rangle 右の図の(1)~(3)のグラフは、下のア~ウの関数のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものである。それぞれの関数のグラフになっているか。ア~ウの記号で答えなさい。

ア $y = -\frac{1}{3}x^2$ イ $y = \frac{1}{2}x^2$ ウ $y = -x^2$

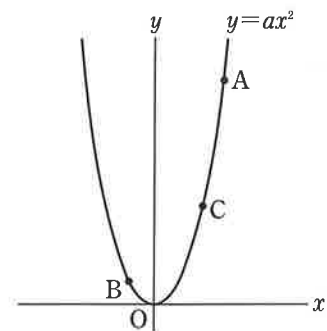


9 $\langle y = ax^2$ のグラフと a の決定④ \rangle 右の図は、関数 $y = ax^2$ のグラフであり、図のように 3 点 A、C、B がこのグラフ上に並んでいる。A(3, 18) で、B の x 座標が -1、C の y 座標が 8 のとき、次の問いに答えなさい。

*□(1) a の値を求めなさい。

*□(2) 点 B、C の座標を求めなさい。

□(3) C を通り x 軸に平行な直線と $y = ax^2$ のグラフとの交点のうち、C 以外の点を D とするとき、点 D の座標を求めなさい。



練習問題

1 次の問いに答えなさい。

*□(1) y は x の2乗に比例し、 $x = -5$ のとき、 $y = 10$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。〈香川〉

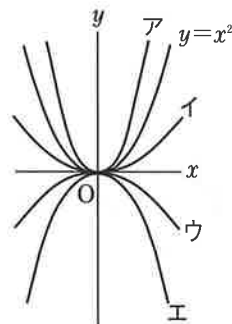
□(2) y は x の2乗に比例し、 $x = 5$ のとき $y = 75$ である。 $x = -2$ のときの y の値を求めなさい。〈福岡〉

□(3) 関数 $y = ax^2$ で、 $x = 2$ のとき $y = 1$ である。 $x = -3$ のときの y の値を求めなさい。〈滋賀〉

2 右の図のア～エは、 $y = ax^2$ の形で表される4つの関数のグラフを、 $y = x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものである。次の問いに答えなさい。〈山口〉

*□(1) ア～エのうちの1つが関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフである。そのグラフを選び、記号で答えなさい。

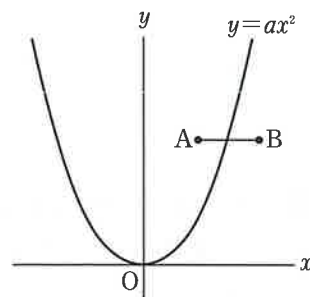
□(2) 関数 $y = x^2$ のグラフ上に、 y 座標が4である点が2つある。その2つの点の座標を求めなさい。



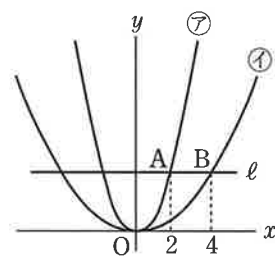
3 右の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと、2点 A(2, 4)、B(4, 4) がある。次の問いに答えなさい。

*□(1) $y = ax^2$ のグラフが点 A を通るとき、 a の値を求めなさい。

□(2) $y = ax^2$ のグラフが線分 AB 上の点を通るとき、 a の値の範囲を不等号を使って表しなさい。



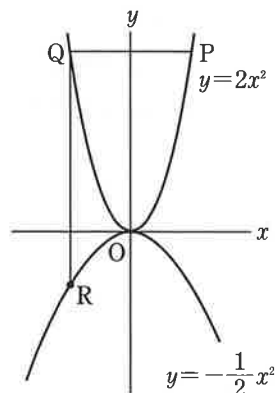
4 右の図で、㊦は関数 $y = x^2$ 、㊩は関数 $y = ax^2$ のグラフであり、直線 ℓ は x 軸に平行である。点 A は㊦と直線 ℓ との交点で x 座標が2、点 B は㊩と直線 ℓ との交点で x 座標が4である。このとき、 a の値を求めなさい。〈秋田〉



*5 右の図のように、関数 $y = 2x^2$ のグラフ上に2点 P、Q があり、線分 PQ は x 軸に平行で、P の x 座標は正である。点 Q を通り y 軸に平行な直線をひき、関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点を R とする。線分 PQ の長さが4のとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 点 Q の座標を求めなさい。

□(2) 線分 QR の長さを求めなさい。

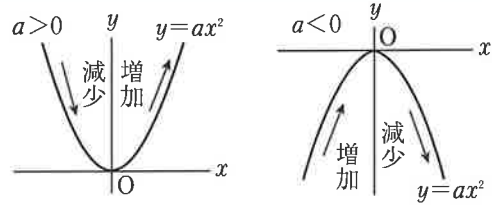


14

関数 $y = ax^2$ の値の変化関数 $y = ax^2$ の値の増減と変域

▶ 関数 $y = ax^2$ の値の増減については、次の①、②がいえる。

- ① $a > 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は、
 $x \leq 0$ で減少、 $x \geq 0$ で増加し、 $x = 0$ で最小値 0 をとる。
 ② $a < 0$ のとき、 x の値が増加するにつれて、 y の値は、
 $x \leq 0$ で増加、 $x \geq 0$ で減少し、 $x = 0$ で最大値 0 をとる。



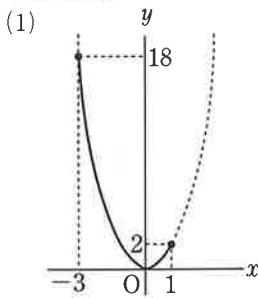
▶ 関数 $y = ax^2$ で、 x の変域に対する y の変域を求めるには、グラフを利用して y の値の増減を考えるとよい。

例題 1

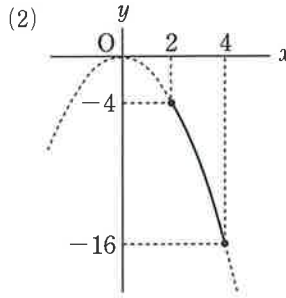
次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = 2x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域を求めなさい。
 (2) 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。

解き方 グラフをかいて、 y の値の増減を確認する。



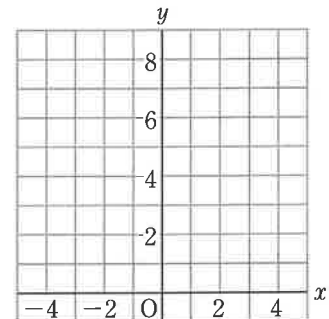
$x = -3$ のとき $y = 18$
 $x = 1$ のとき $y = 2$
 左のグラフから、 y の値は、
 $-3 \leq x \leq 0$ のとき 18 から
 0 まで減少し、 $0 \leq x \leq 1$ の
 とき 0 から 2 まで増加す
 る。 **答** $0 \leq y \leq 18$



$x = 2$ のとき $y = -4$
 $x = 4$ のとき $y = -16$
 左のグラフから、 y の
 値は、 $2 \leq x \leq 4$ におい
 て、 -4 から -16 まで
 減少している。 **答** $-16 \leq y \leq -4$

* **問題 1** 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、次の問いに答えなさい。

- ☐ (1) $x = -2$ 、 $x = 4$ のときの y の値をそれぞれ求めなさい。
☐ (2) x の変域を $-2 \leq x \leq 4$ としたときのグラフをかきなさい。
☐ (3) x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めなさい。



問題 2 関数 $y = 3x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

- * ☐ (1) $-2 \leq x \leq 1$ ☐ (2) $-3 \leq x \leq 4$ * ☐ (3) $-4 \leq x \leq -1$

問題 3 関数 $y = -2x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

- * ☐ (1) $-1 \leq x \leq 3$ ☐ (2) $-4 \leq x \leq 2$ ☐ (3) $-5 \leq x \leq 0$

* **問題 4** 次の関数について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めなさい。

- ☐ (1) $y = x^2$ ☐ (2) $y = -3x^2$ ☐ (3) $y = -2x + 1$

変化の割合

▶一般に、 x の関数 y について、 x の値が p から q まで増加したときの $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ の値を、 x の値が p から q まで増加したときの変化の割合という。

❏ ▶関数 $y = ax^2$ について、 x の値が p から q まで増加したときの変化の割合は、

$$\text{変化の割合} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{aq^2 - ap^2}{q - p} = \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p} = a(q+p)$$

で求められる。この変化の割合の値は、2点 (p, ap^2) 、 (q, aq^2) を結ぶ直線の傾きに等しい。

例題 2

関数 $y = 3x^2$ について、 x の値が次のように増加したときの変化の割合を求めなさい。

(1) 2 から 5 まで

(2) -3 から -1 まで

解き方

(1) $x = 2$ のとき、 $y = 3 \times 2^2 = 12$ 、 $x = 5$ のとき、 $y = 3 \times 5^2 = 75$

x の増加量 $= 5 - 2 = 3$ 、 y の増加量 $= 75 - 12 = 63$

$$\text{変化の割合} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{63}{3} = 21$$

別解 変化の割合 $= a(q+p) = 3 \times (5+2) = 21$

$$(2) \text{ 変化の割合} = \frac{3 \times (-1)^2 - 3 \times (-3)^2}{(-1) - (-3)} = \frac{3 - 27}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

別解 変化の割合 $= a(q+p) = 3 \times \{(-1) + (-3)\} = 3 \times (-4) = -12$

x	2	5	答 21
y	12	75	

$\overset{3}{\curvearrowright}$ (xの増加量)
 $\underset{63}{\curvearrowright}$ (yの増加量)

x	-3	-1	答 -12
y	27	3	

$\overset{2}{\curvearrowright}$ (xの増加量)
 $\underset{-24}{\curvearrowright}$ (yの増加量)

問題 5 関数 $y = 2x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

*□(1) 1 から 3 まで

*□(2) -4 から -2 まで

□(3) 0 から 5 まで

問題 6 関数 $y = -3x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

*□(1) 1 から 4 まで

*□(2) -5 から -3 まで

□(3) -4 から 0 まで

問題 7 次の関数について、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

*□(1) $y = \frac{1}{2}x^2$

*□(2) $y = -\frac{3}{2}x^2$

□(3) $y = \frac{1}{3}x^2$

*問題 8 関数 $y = ax^2$ で、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 であるとき、次の問いに答えなさい。

□(1) $y = ax^2$ で、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を a を使った式で表しなさい。

□(2) a の値を求めなさい。

*問題 9 関数 $y = ax^2$ で、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合が -6 であるという。 a の値を□求めなさい。

基本問題

1 〈 x の変域と y の変域①〉 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

- * ☐ (1) $-4 \leq x \leq 1$ ☐ (2) $-2 \leq x \leq 5$ * ☐ (3) $2 \leq x \leq 6$

2 〈 x の変域と y の変域②〉 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

- * ☐ (1) $-6 \leq x \leq 3$ ☐ (2) $-3 \leq x \leq 9$ ☐ (3) $-9 \leq x \leq 7$

* **3** 〈 x の変域と y の変域③〉 次のア～オの式で表される関数のうち、次の(1)の条件をみたすもの、(2)の条件をみたすものはそれぞれどれか。それぞれについて適しているものをすべて選び、記号を書きなさい。

ア $y = 3x$	イ $y = -x - 3$	ウ $y = \frac{1}{3}x - 2$	エ $y = \frac{2}{3}x^2$	オ $y = -\frac{1}{4}x^2$	〈大阪〉
------------	----------------	--------------------------	------------------------	-------------------------	------

☐ (1) x の値が増加するとき、 y の値がつねに増加する。

☐ (2) x の変域が $-3 \leq x \leq 6$ のときの y の変域が $-9 \leq y \leq 0$ である。

4 〈 x の変域と y の変域④〉 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 4$ であるとき、 y の変域が $-48 \leq y \leq b$ になるという。このとき、次の問いに答えなさい。

* ☐ (1) b の値を求めなさい。

☐ (2) y が最も小さい値 -48 をとるとき x の値を答えなさい。

* ☐ (3) a の値を求めなさい。

5 〈 x の変域と y の変域⑤〉 次の問いに答えなさい。

* ☐ (1) 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 18$ である。このときの a の値を求めなさい。 〈高知〉

☐ (2) 関数 $y = 2x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq a$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 18$ である。このとき、 a の値を求めなさい。

6 〈変化の割合①〉 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = 4x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- * ☐ ① 2 から 4 まで ☐ ② 0 から 3 まで * ☐ ③ -3 から -1 まで

(2) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- * ☐ ① 3 から 6 まで * ☐ ② -4 から -2 まで ☐ ③ -6 から 0 まで

7 〈変化の割合②〉 次の関数について、 x が -5 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

* ☐ (1) $y = -x^2$

* ☐ (2) $y = \frac{1}{2}x^2$

☐ (3) $y = -\frac{1}{3}x^2$

* **8** 〈平均の速さ①〉 物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 x と y の間には $y = 5x^2$ の関係があるという。次の問いに答えなさい。

☐ (1) 物を落とすとき、落ち始めて2秒後から5秒後の間に落ちる距離を求めなさい。

☐ (2) 落ち始めて2秒後から5秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

9 〈平均の速さ②〉 ボールがある斜面をころがるとき、ころがり始めてから x 秒間にころがる距離を y m とすると、 x と y の間には $y = 2x^2$ の関係があるという。次の問いに答えなさい。

☐ (1) ボールがころがり始めて1秒後から3秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

☐ (2) ボールがころがり始めて1.5秒後から2.5秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

10 〈変化の割合③〉 次の問いに答えなさい。

* ☐ (1) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が2から4まで増加するときの変化の割合が -12 である。このとき、 a の値を求めなさい。

☐ (2) y は x の2乗に比例し、 x の値が5から7まで増加するときの変化の割合が4である。このとき、 y を x の式で表しなさい。

☐ (3) 関数 $y = x^2$ で、 x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は8である。このとき、 a の値を求めなさい。

* **11** 〈変化の割合④〉 x の値が3から5まで増加するとき、2つの関数 $y = ax^2$ と $y = -2x + 4$ の変化の割合が等しいという。次の問いに答えなさい。

☐ (1) 関数 $y = -2x + 4$ で、 x の値が3から5まで増加するときの変化の割合を答えなさい。

☐ (2) 関数 $y = ax^2$ で、 x の値が3から5まで増加するときの変化の割合を a を使った式で表しなさい。

☐ (3) a の値を求めなさい。

12 〈変化の割合⑤〉 x の値が1から4まで増加するとき、2つの関数 $y = ax^2$ と $y = 3x - 5$ の変化の割合が等しいという。このとき、 a の値を求めなさい。

練習問題

1 次の問いに答えなさい。

*□(1) 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $a \leq y \leq b$ である。このとき、 a 、 b の値を求めなさい。 (神奈川)

□(2) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。 (富山)

*□(3) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。 (神奈川)

□(4) 関数 $y = 3x^2$ について、 x の値が -1 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

2 次の問いに答えなさい。

*□(1) 関数 $y = ax^2$ (a は定数) について、 $x = 2$ のとき $y = -12$ である。 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。 (愛知)

*□(2) 関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域は $-12 \leq y \leq 0$ であった。このとき、 a の値を求めなさい。

□(3) 関数 $y = ax^2$ において、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域が $b \leq y \leq 12$ であった。このとき、定数 a 、 b の値を求めなさい。

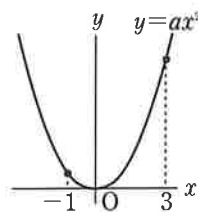
□(4) 2つの関数 $y = ax^2$ (a は定数) と $y = 2x + 2$ は、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域が同じになる。このとき、 a の値を求めなさい。 (愛知)

3 次の問いに答えなさい。

*□(1) 関数 $y = ax^2$ で、 $x = 4$ のとき $y = 8$ である。この関数で、 x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

*□(2) 右の図は、関数 $y = ax^2$ のグラフである。この関数は、 x の値が -1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 3 である。このとき、 a の値を求めなさい。 (栃木)

□(3) 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が -1 から 4 まで変化するときの変化の割合が、関数 $y = -3x + 2$ の変化の割合に等しいとき、 a の値を求めなさい。 (群馬改)



□(4) 関数 $y = ax^2$ で、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が -4 である。この関数について、 x の値が -2 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

□(5) 関数 $y = 2x^2$ で、 x の値が p から $p+3$ まで増加するときの変化の割合が 22 である。このとき、 p の値を求めなさい。

例題2 ① $\frac{1}{2}x^2$ ② 8 ③ $x-4$

④ $4x-8$ ⑤ $\frac{11}{2}$

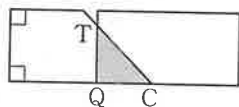
⑥ $-\frac{1}{2}x^2+4x+24$ ⑦ $-2, 10$

⑧ 10

問題2 2つの図形が重なり始めてから x 秒後の面積を $S\text{ cm}^2$ とする。

(ア) $0 \leq x \leq 3$ のとき、 $QC = TQ = 2x$

$$S = \frac{1}{2} \times (2x)^2 = 2x^2$$



$0 \leq S \leq 18$ だから、 $S = 30$ となる x はない。

(イ) $3 \leq x \leq 6$ のとき、

$$PQ = 6$$

$$QC = 2x$$

$$PD = 2x - 6$$

$$S = \frac{1}{2} \times \{(2x-6)+2x\} \times 6 = 12x - 18$$

$S = 30$ だから、 $12x - 18 = 30$ $x = 4$

(ウ) $6 \leq x \leq 9$ のとき、

$$AQ = 18 - 2x$$

$$AD = 6$$

$$QU = 6 + (18 - 2x) = 24 - 2x$$

$$S = \frac{1}{2} \times \{6 + (24 - 2x)\} \times (18 - 2x)$$

$$= 2x^2 - 48x + 270$$

$S = 30$ だから、 $2x^2 - 48x + 270 = 30$

$$x^2 - 24x + 120 = 0$$

解の公式より、 $x = 12 \pm 2\sqrt{6}$

$6 \leq x \leq 9$ だから、 $x = 12 - 2\sqrt{6}$

以上より、 $x = 4, 12 - 2\sqrt{6}$ である。

(答) 4秒後、 $(12 - 2\sqrt{6})$ 秒後

解説

例題2 (イ)のとき、図形Pは台形だから、

$$S = \frac{1}{2} \times \{(x-4)+x\} \times 4 = 4x - 8 \dots \textcircled{4}$$

または、 $S = \triangle HEC - \triangle IFC$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(x-4)^2 = 4x - 8 \dots \textcircled{4}$$

問題2 $x^2 - 24x + 120 = 0$ を解の公式で解くと、

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \times 1 \times 120}}{2} = \frac{24 \pm 4\sqrt{6}}{2} = 12 \pm 2\sqrt{6}$$

13 関数 $y = ax^2$

❖問題❖

⇒p.90~p.91

問題1 (1) $y = 3x^2$ 、比例定数...3

(2) 順に、0、3、12、27、48、75、108

(3) ①...4、②...9、③...16

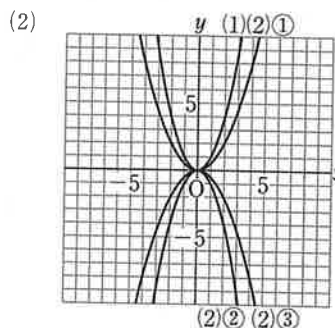
問題2 (1)① $y = 2x^2$ ② $y = 8$

(2)① $a = -1$ ② $y = -25$

③ $x = \pm 3$

問題3 (1) 順に、9、4、1、0、1、4、9

グラフ...下図



問題4 (1) $a = 2$ (2) $a = \frac{2}{3}$ (3) $a = -\frac{1}{4}$

解説

問題1 (1) $y = x \times 3x = 3x^2$

(3) 2倍→ 2^2 倍、3倍→ 3^2 倍、4倍→ 4^2 倍

問題2 (1)① $y = ax^2$ とおき、 $x = -3$ 、 $y = 18$ を代入して、 $18 = a \times (-3)^2$ $a = 2$

② $y = 2x^2$ に $x = 2$ を代入して、 $y = 2 \times 2^2 = 8$

(2)① $y = ax^2$ に $x = 4$ 、 $y = -16$ を代入して、 $-16 = a \times 4^2$ 、 $a = -1$

② $y = -x^2 = -(-5)^2 = -25$

③ $-9 = -x^2$ 、 $x^2 = 9$ 、 $x = \pm 3$

問題3 対応する x と y の値の組の点をいくつかとって、間をなめらかな曲線で結ぶ。

問題4 (1) (2, 8)を通るから、 $y = ax^2$ に $x = 2$ 、 $y = 8$ を代入して、 $8 = a \times 2^2$ 、 $a = 2$

(2) $y = ax^2$ に $x = -3$ 、 $y = 6$ を代入して

$$6 = a \times (-3)^2, \quad 9a = 6, \quad a = \frac{2}{3}$$

(3) グラフは(2, -1)、(4, -4)などを通っている。

例えば、(2, -1)を通ることに注目して、

$y = ax^2$ に $x = 2$ 、 $y = -1$ を代入する。

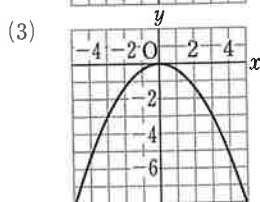
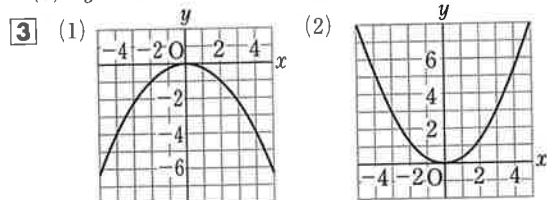
$$-1 = a \times 2^2, \quad 4a = -1, \quad a = -\frac{1}{4}$$

❖ 基本問題 ❖

→ p.92 ~ p.93

- ❶ (1) $y = x^2$ 、比例定数…1 (2) $y = 3x$ 、 \times
(3) $y = 2\pi x^2$ 、比例定数… 2π

- ❷ (1) $y = -3x^2$ (2) $a = 5$
(3) $y = 9$ (4) $y = 8$



- ❹ (1) ア、ウ (2) イ (3) アとエ (4) エ

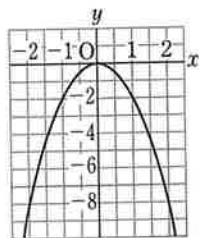
- ❺ (1) 右図
(2) $y = 2x^2$
(3) -50

- ❻ (1) $a = -1$
(2) $a = -\frac{1}{2}$

- ❼ (1) $a = \frac{3}{4}$ (2) $\left(3, \frac{27}{4}\right)$ (3) $p = \pm 4$

- ❽ (1)…イ (2)…ア (3)…ウ

- ❾ (1) $a = 2$ (2) B(-1, 2), C(2, 8)
(3) (-2, 8)



- (3) $y = ax^2$ のグラフと $y = -ax^2$ のグラフは x 軸について対称である。

- (4) それぞれの式に、 $x = -4$ 、 $y = -8$ を代入して式が成り立つものをさがす。 y 座標が負だから、 $a < 0$ であるイ、エ、オの中にある。

- ❺ (3) $x = 5$ のときの y の値を求める。

- ❻ (1) $y = ax^2$ に $x = -3$ 、 $y = -9$ を代入して、
 $-9 = a \times (-3)^2$

- (2) $y = ax^2$ に $x = 4$ 、 $y = -8$ を代入して、
 $-8 = a \times 4^2$

- ❼ (1) グラフは (2, 3) を通っているから、 $y = ax^2$ に $x = 2$ 、 $y = 3$ を代入して、 $3 = a \times 2^2$

- (2) y 座標は、 $y = \frac{3}{4} \times 3^2 = \frac{27}{4}$

- (3) $y = \frac{3}{4}x^2$ に $x = p$ 、 $y = 12$ を代入して、

$$12 = \frac{3}{4}p^2, \quad p^2 = 16, \quad p = \pm 4$$

- ❽ それぞれのグラフの通る点を読みとり、その x 座標、 y 座標を $y = ax^2$ に代入して、 a の値を求めればよい。例えば、(1)は (2, 2) を通るから、 $a = \frac{1}{2}$

- ❾ (1) グラフは A(3, 18) を通るから、 $y = ax^2$ に $x = 3$ 、 $y = 18$ を代入して、 $18 = a \times 3^2$

- (2) B の y 座標は、 $y = 2x^2$ に x 座標の -1 を代入して、 $y = 2 \times (-1)^2 = 2$

C の x 座標は、 $8 = 2x^2$ より、 $x = \pm 2$

問題の図より、 $x > 0$ だから、 $x = 2$

- (3) D は、点 C と y 軸について対称な点になる。

解説

- ❶ (3) $y = \frac{1}{3} \times \pi \times x^2 \times 6 = 2\pi x^2$

- ❷ (1) $y = ax^2$ とおき、 $x = 3$ 、 $y = -27$ を代入して、
 $-27 = a \times 3^2$ 、 $a = -3$

- (2) $y = ax^2$ に $x = -1$ 、 $y = 5$ を代入して、
 $5 = a \times (-1)^2$

- (3) $y = ax^2$ とおき、 $x = 5$ 、 $y = 25$ を代入して、
 $25 = a \times 5^2$ 、 $a = 1$

よって、式は $y = x^2$ になる。

$y = x^2$ に $x = -3$ を代入して、 $y = (-3)^2 = 9$

- (4) $y = ax^2$ に $x = -2$ 、 $y = 2$ を代入して、

$$2 = a \times (-2)^2, \quad a = \frac{1}{2} \quad \text{よって、式は } y = \frac{1}{2}x^2$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ に } x = 4 \text{ を代入して、} y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

- ❸ 点をいくつかとり、間をなめらかな曲線で結ぶ。

- ❹ (1) $y = ax^2$ の a が正であるものを答える。

- (2) 比例定数の絶対値は 1 と 4 で、1 の方が小さいから、イの方がグラフの開き方は大きい。

❖練習問題❖

→p.94

1 (1) $y = \frac{2}{5}x^2$ (2) $y = 12$ (3) $y = \frac{9}{4}$

2 (1) イ (2) $(-2, 4), (2, 4)$

3 (1) $a = 1$ (2) $\frac{1}{4} \leq a \leq 1$

4 $a = \frac{1}{4}$

5 (1) $(-2, 8)$ (2) 10

解説

1 (1) $y = ax^2$ とおき、 $x = -5, y = 10$ を代入して、

$$10 = a \times (-5)^2, \quad a = \frac{2}{5}$$

(2) $y = ax^2$ とおき、 $x = 5, y = 75$ を代入して、
 $75 = a \times 5^2, \quad a = 3$ よって、式は、 $y = 3x^2$

$y = 3x^2$ に $x = -2$ を代入して、 $y = 3 \times (-2)^2 = 12$

(3) $y = ax^2$ に $x = 2, y = 1$ を代入して、

$$1 = a \times 2^2, \quad a = \frac{1}{4} \quad y = \frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{4} \times (-3)^2 = \frac{9}{4}$$

2 (1) $a = \frac{1}{3} > 0$ より、グラフは上に開く。 $\frac{1}{3}$ の絶

対値は 1 の絶対値より小さいから、グラフの開き方は $y = x^2$ のグラフの開き方より大きい。

よって、求めるグラフはイ

(2) $4 = x^2, \quad x = \pm 2$

よって、2つの点の x 座標は 2 と -2

3 (1) $y = ax^2$ に $x = 2, y = 4$ を代入して、
 $4 = a \times 2^2$

(2) A を通るときは、(1)より、 $a = 1$

B を通るときは、 $4 = a \times 4^2$ より、 $a = \frac{1}{4}$

a の値はこの 2つの値の間にある。

4 A は関数 $y = x^2$ のグラフ上の点であり、 x 座標は 2 だから、 y 座標は、 $y = 2^2 = 4$

直線 ℓ は x 軸に平行だから、B の y 座標は A の y 座標に等しいから 4 よって、B(4, 4)

$y = ax^2$ のグラフが B(4, 4) を通るから、

$$4 = a \times 4^2, \quad a = \frac{1}{4}$$

5 (1) $PQ = 4$ で、P と Q は y 軸について対称だから、
P の x 座標は $4 \div 2 = 2$ 、Q の x 座標は -2

Q の y 座標は、 $y = 2 \times (-2)^2 = 8$

(2) R の x 座標は Q の x 座標に等しいから -2

R の y 座標は、 $y = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 = -2$

Q の y 座標は 8 だから、 $QR = 8 - (-2) = 10$

14 関数 $y = ax^2$ の値の変化

❖問題❖

→p.95~p.96

問題 1 (1) $y = 2$

$y = 8$

(2) 右図

(3) $0 \leq y \leq 8$

問題 2 (1) $0 \leq y \leq 12$

(2) $0 \leq y \leq 8$

(3) $3 \leq y \leq 48$

問題 3 (1) $-18 \leq y \leq 0$

(2) $-32 \leq y \leq 0$ (3) $-50 \leq y \leq 0$

問題 4 (1) $0 \leq y \leq 9$ (2) $-27 \leq y \leq 0$

(3) $-3 \leq y \leq 7$

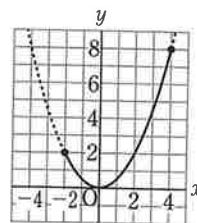
問題 5 (1) 8 (2) -12 (3) 10

問題 6 (1) -15 (2) 24 (3) 12

問題 7 (1) 3 (2) -9 (3) 2

問題 8 (1) $4a$ (2) $a = 2$

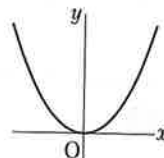
問題 9 $a = -1$



解説

問題 1 (3) グラフより、 y の値は $-2 \leq x \leq 0$ のとき 2 から 0 まで減少し、 $0 \leq x \leq 4$ のとき 0 から 8 まで増加する。よって、 $0 \leq y \leq 8$

問題 2 $a > 0$ だから、右の図のような上に開く放物線をかいて、 y の値の増減を考える。



(1) $-2 \leq x \leq 0$ のとき、

$0 \leq y \leq 12$

$0 \leq x \leq 1$ のとき、 $0 \leq y \leq 3$

よって、 y の最小値は 0、 y の最大値は 12

(2) $-3 \leq x \leq 0$ のとき、 $0 \leq y \leq 27$

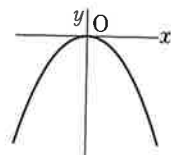
$0 \leq x \leq 4$ のとき、 $0 \leq y \leq 48$

よって、 y の最小値は 0、 y の最大値は 48

(3) y の値は、 $x = -4$ のときの $y = 48$ から、 $x = -1$ のときの $y = 3$ まで減少する。

よって、 y の最小値は 3、 y の最大値は 48

問題 3 $a < 0$ だから、右の図のような下に開く放物線を考える。



(1) $-1 \leq x \leq 0$ のとき、

$-2 \leq y \leq 0$

$0 \leq x \leq 3$ のとき、 $-18 \leq y \leq 0$

(2) $-4 \leq x \leq 0$ のとき、 $-32 \leq y \leq 0$

$0 \leq x \leq 2$ のとき、 $-8 \leq y \leq 0$

問題 4 (1) $a > 0$ で、 x の変域に 0 を含むから、 y の最小値は 0。-3 と 2 では、絶対値は -3 の方が 2

より大きいから、 $x = -3$ のとき y は最大で $y = 9$
 よって、 $0 \leq y \leq 9$

(2) $a < 0$ で、 x の変域に 0 を含むから、 y の最大値は 0。絶対値は -3 の方が 2 より大きいから、 $x = -3$ のとき y は最小で $y = -27$

(3) 1 次関数で、傾きが負だから、 x の値が増加すると y の値は減少する。よって、 $x = -3$ のとき y は最大で $y = 7$ 、 $x = 2$ のとき y は最小で $y = -3$

問題 5 増加量は、(増加した後の値) - (増加する前の値) で求められる。

(1) x の増加量 $= 3 - 1 = 2$

y の増加量 $= 2 \times 3^2 - 2 \times 1^2 = 16$

変化の割合 $= \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{16}{2} = 8$

(2) 変化の割合 $= \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-4)^2}{(-2) - (-4)} = \frac{-24}{2} = -12$

(3) $\frac{2 \times 5^2 - 2 \times 0^2}{5 - 0} = \frac{50}{5} = 10$

別解 (1) $2 \times (3+1)$ (2) $2 \times \{(-2) + (-4)\}$
 (3) $2 \times (5+0)$

問題 6 (1) $\frac{-3 \times 4^2 - (-3 \times 1^2)}{4 - 1} = \frac{-45}{3} = -15$

(2) $\frac{-3 \times (-3)^2 - \{-3 \times (-5)^2\}}{(-3) - (-5)} = \frac{48}{2} = 24$

(3) $\frac{-3 \times 0^2 - \{-3 \times (-4)^2\}}{0 - (-4)} = \frac{48}{4} = 12$

問題 7 (1) x の増加量 $= 4 - 2 = 2$

y の増加量 $= \frac{1}{2} \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 6$

変化の割合 $= \frac{6}{2} = 3$

(2) y の増加量 $= -\frac{3}{2} \times 4^2 - \left(-\frac{3}{2} \times 2^2\right) = -18$

変化の割合 $= \frac{-18}{4-2} = -9$

(3) y の増加量 $= \frac{1}{3} \times 4^2 - \frac{1}{3} \times 2^2 = 4$

変化の割合 $= \frac{4}{4-2} = 2$

問題 8 (1) $\frac{a \times 3^2 - a \times 1^2}{3-1} = \frac{8a}{2} = 4a$

別解 $a \times (3+1) = 4a$

(2) $4a = 8$ 、 $a = 2$

問題 9 $\frac{a \times 4^2 - a \times 2^2}{4-2} = -6$ 、 $6a = -6$

別解 $a \times (4+2) = -6$

❖ 基本問題 ❖

→ p.97 ~ p.98

1 (1) $-16 \leq y \leq 0$ (2) $-25 \leq y \leq 0$

(3) $-36 \leq y \leq -4$

2 (1) $0 \leq y \leq 12$ (2) $0 \leq y \leq 27$

(3) $0 \leq y \leq 27$

3 (1) ア、ウ (2) イ、オ

4 (1) $b = 0$ (2) $x = 4$ (3) $a = -3$

5 (1) $a = 2$ (2) $a = 3$

6 (1) ① 24 ② 12 ③ -16

(2) ① -18 ② 12 ③ 12

7 (1) 6 (2) -3 (3) 2

8 (1) 105 m (2) 35 m/秒

9 (1) 8 m/秒 (2) 8 m/秒

10 (1) $a = -2$ (2) $y = \frac{1}{3}x^2$ (3) $a = 3$

11 (1) -2 (2) $8a$ (3) $a = -\frac{1}{4}$

12 $a = \frac{3}{5}$

解説

1 (1) x の変域に 0 を含むから、 y の値は $x = 0$ のとき最大で、 $x = -4$ のとき最小になる。

(2) x の変域に 0 を含むから、 y の値は $x = 0$ のとき最大で、 $x = 5$ のとき最小になる。

(3) x の変域に 0 を含まないから、 x の変域の端の値に対応する y の値が、 y の変域の端になる。
 $x = 2$ のとき $y = -4$ 、 $x = 6$ のとき $y = -36$

2 (1)~(3)のすべての変域に $x = 0$ を含んでいるから、 y の最小値はどれも $x = 0$ のときになる。 y の値が最大になるのは、(1)は $x = -6$ のとき、(2)は $x = 9$ のとき、(3)は $x = -9$ のときである。

3 (1) 1 次関数で、 x の係数が正であるものを選ぶ。
 (2) $-3 \leq x \leq 6$ のときの y の変域をそれぞれ求めると、アは $-9 \leq y \leq 18$ 、イは $-9 \leq y \leq 0$ 、

ウは $-3 \leq y \leq 0$ 、エは $0 \leq y \leq 24$ 、オは $-9 \leq y \leq 0$

4 (1) x の変域に 0 を含むから、 y の最小値か最大値が 0 になる。

(2) -3 と 4 では 4 の方が絶対値は大きいから、 $x = 4$ のとき、 y は最小値 -48 をとる。

(3) (2)より、 $y = ax^2$ に $x = 4$ 、 $y = -48$ を代入して、 $-48 = a \times 4^2$

5 (1) x の変域に 0 を含むから、 $x = 0$ のとき $y = 0$ であり、 -2 と 3 では 3 の方が絶対値は大きいから、 $x = 3$ のとき $y = 18$ である。 $y = ax^2$ に $x = 3$ 、 $y = 18$ を代入して、 $18 = a \times 3^2$

(2) y の最小値が 0 だから、 $a \geq 0$

$x = -2$ のとき $y = 2 \times (-2)^2 = 8$ で、 $y = 18$ とな

らないから、 $x=a$ のとき $y=18$ である。

$y=2x^2$ に $x=a$ 、 $y=18$ を代入して、

$$18=2a^2, \quad a=\pm 3, \quad a \geq 0 \text{ より、} a=3$$

$$\text{[6] (1) ① } \frac{4 \times 4^2 - 4 \times 2^2}{4-2} = \frac{48}{2} = 24$$

$$\text{② } \frac{4 \times 3^2 - 4 \times 0^2}{3-0} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\text{③ } \frac{4 \times (-1)^2 - 4 \times (-3)^2}{(-1)-(-3)} = \frac{-32}{2} = -16$$

$$\text{(2) ① } \frac{-2 \times 6^2 - (-2 \times 3^2)}{6-3} = \frac{-54}{3} = -18$$

$$\text{② } \frac{-2 \times (-2)^2 - \{-2 \times (-4)^2\}}{(-2)-(-4)} = \frac{24}{2} = 12$$

$$\text{③ } \frac{-2 \times 0^2 - \{-2 \times (-6)^2\}}{0-(-6)} = \frac{72}{6} = 12$$

$$\text{[7] (1) } \frac{-(-1)^2 - \{-(-5)^2\}}{(-1)-(-5)} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\text{(2) } y \text{ の増加量} = \frac{1}{2} \times (-1)^2 - \frac{1}{2} \times (-5)^2 = -12$$

$$\text{変化の割合} = \frac{-12}{(-1)-(-5)} = \frac{-12}{4} = -3$$

$$\text{(3) } y \text{ の増加量} = -\frac{1}{3} \times (-1)^2 - \left\{ -\frac{1}{3} \times (-5)^2 \right\} = 8$$

$$\text{変化の割合} = \frac{8}{(-1)-(-5)} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{[8] (1) } 5 \times 5^2 - 5 \times 2^2 = 105 \text{ (m)}$$

(2) 落ちる時間は $5-2=3$ (秒) で、落ちる距離は

$$(1) \text{ より } 105 \text{ m だから、} \frac{105}{3} = 35 \text{ (m/秒)}$$

$$\text{[9] (1) } \frac{2 \times 3^2 - 2 \times 1^2}{3-1} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (m/秒)}$$

$$\text{(2) } \frac{2 \times 2.5^2 - 2 \times 1.5^2}{2.5-1.5} = \frac{8}{1} = 8 \text{ (m/秒)}$$

$$\text{[10] (1) } \frac{a \times 4^2 - a \times 2^2}{4-2} = -12, \quad 6a = -12$$

(2) 求める式を $y=ax^2$ とおく。

$$\frac{a \times 7^2 - a \times 5^2}{7-5} = 4, \quad \frac{24a}{2} = 4, \quad a = \frac{1}{3}$$

$$\text{(3) } \frac{(a+2)^2 - a^2}{(a+2)-a} = 8, \quad \frac{4a+4}{2} = 8$$

[11] (1) 1 次関数 $y=ax+b$ の変化の割合はつねに a だから、この場合の変化の割合は -2

$$\text{(2) } \frac{a \times 5^2 - a \times 3^2}{5-3} = \frac{16a}{2} = 8a$$

$$\text{(3) } 8a = -2, \quad a = -\frac{1}{4}$$

[12] $y=3x-5$ の変化の割合はつねに 3 である。

$$\frac{a \times 4^2 - a \times 1^2}{4-1} = 3, \quad \frac{15a}{3} = 3, \quad 5a = 3$$

◆練習問題◆

→p.99

$$\text{[1] (1) } a=-9, b=0 \quad (2) \quad 0 \leq y \leq 8$$

$$(3) \quad -8 \quad (4) \quad 3$$

$$\text{[2] (1) } -48 \leq y \leq 0 \quad (2) \quad a = -\frac{4}{3}$$

$$(3) \quad a=3, b=0 \quad (4) \quad a = \frac{8}{9}$$

$$\text{[3] (1) } -3 \quad (2) \quad a = \frac{3}{2} \quad (3) \quad a = -1$$

$$(4) \quad 2 \quad (5) \quad p=4$$

解説

[1] (1) $y=-x^2$ はつねに $y \leq 0$ で、 x の変域に 0 を含むから、 $x=0$ のとき y は最大で、 $y=0$
 -3 と 2 では、 -3 の方が絶対値は大きいから、
 $x=-3$ のとき y は最小で、 $y=-(-3)^2=-9$
 よって、 $a=-9, b=0$

(2) x の変域に 0 を含むから、 y の値は $x=0$ のとき最小で、 $x=4$ のとき最大になる。

$$(3) \quad \frac{-2 \times 3^2 - (-2 \times 1^2)}{3-1} = \frac{-16}{2} = -8$$

$$(4) \quad \frac{3 \times 2^2 - 3 \times (-1)^2}{2-(-1)} = \frac{9}{3} = 3$$

[2] (1) $-12=a \times 2^2$ より、 $a=-3$ 、 $y=-3x^2$
 x の変域に 0 を含むから、 $x=0$ のとき y は最大で、 $y=0$

$x=4$ のとき y は最小で、 $y=-3 \times 4^2=-48$

(2) x の変域に 0 を含むから、 $x=0$ のとき $y=0$ 、
 -2 と 3 では 3 の方が絶対値は大きいから、
 $x=3$ のとき $y=-12$

これを $y=ax^2$ に代入して、
 $-12=a \times 3^2$

(3) x の変域に 0 を含むから、 y の最小値か最大値が 0 になるので、 $b=0$

-2 と 1 では -2 の方が絶対値は大きいから、
 $x=-2$ のとき $y=12$

これを $y=ax^2$ に代入して、
 $12=a \times (-2)^2$

(4) $y=2x+2$ で、 $x=-1$ のとき $y=-2+2=0$ 、
 $x=3$ のとき $y=6+2=8$
 よって、 $0 \leq y \leq 8$

$y=ax^2$ で、 x の変域に 0 を含むから、 $x=0$ のとき $y=0$

3 と -1 では 3 の方が絶対値が大きいから、
 $x=3$ のとき $y=8$

これを $y=ax^2$ に代入して、

$$8=a \times 3^2, \quad 9a=8$$

3 (1) $8 = a \times 4^2$, $a = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}x^2$

y の増加量 $= \frac{1}{2} \times (-2)^2 - \frac{1}{2} \times (-4)^2 = -6$

変化の割合 $= \frac{-6}{(-2) - (-4)} = \frac{-6}{2} = -3$

(2) $\frac{a \times 3^2 - a \times (-1)^2}{3 - (-1)} = 3$, $\frac{8a}{4} = 3$, $2a = 3$

(3) $y = -3x + 2$ の変化の割合はつねに -3

$\frac{a \times 4^2 - a \times (-1)^2}{4 - (-1)} = -3$, $\frac{15a}{5} = -3$

(4) $\frac{a \times 3^2 - a \times 1^2}{3 - 1} = -4$, $4a = -4$, $a = -1$

よって、式は $y = -x^2$ で、求める変化の割合は、

$\frac{-1 \times 0^2 - \{-1 \times (-2)^2\}}{0 - (-2)} = \frac{4}{2} = 2$

(5) $\frac{2(p+3)^2 - 2p^2}{(p+3) - p} = 22$, $\frac{12p+18}{3} = 22$

$4p+6 = 22$, $p = 4$

15 関数 $y = ax^2$ の利用

問題

→p.100~p.102

問題1 (1) $y = \frac{1}{150}x^2$ (2) 54 m

(3) 時速 30 km

問題2 (1) 1 cm^2

(2) ① $0 \leq x \leq 4$

② $y = \frac{1}{4}x^2$

③ 右図

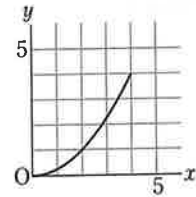
(3) ① $4 \leq x \leq 8$

② $y = x$

問題3 (1) $y = 8$ (2) $y = 2x^2$ (3) $y = 18$

問題4 (1) 220 円 (2) $y = 260$

(3) $3 < x \leq 6$ (4) $y = 160, 200, 220$



解説

問題1 (1) y は x の 2 乗に比例するから、求める式を $y = ax^2$ とおく。 $x = 60$ のとき $y = 24$ だから、

$24 = a \times 60^2$, $a = \frac{1}{150}$

(2) $y = \frac{1}{150} \times 90^2 = 54$

(3) $6 = \frac{1}{150}x^2$ $x > 0$ より、 $x = 30$

問題2 (1) $AP = 1 \times 2 = 2$, $AQ = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AQ \times AP = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$

(2) ① 点 P が B に到着するのは $4 \div 1 = 4$ (秒後)

② $AP = x$, $AQ = \frac{1}{2}x$

$y = \frac{1}{2} \times AQ \times AP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times x = \frac{1}{4}x^2$

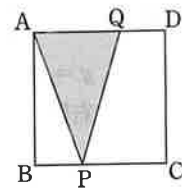
③ x の変域に注意してグラフをかく。

(3) ① 点 P が C に到着するのは

$(4+4) \div 1 = 8$ (秒後)

② AQ を底辺とすると高さは 4 で一定になる。

$y = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times 4 = x$



問題3 (1) $CQ = 2 \times 2 = 4$

よって、AC と PQ は交わり、右の図のようにその交点を M とすると、

$MQ = CQ = 4$

$MQ = CQ = 4$

$y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

