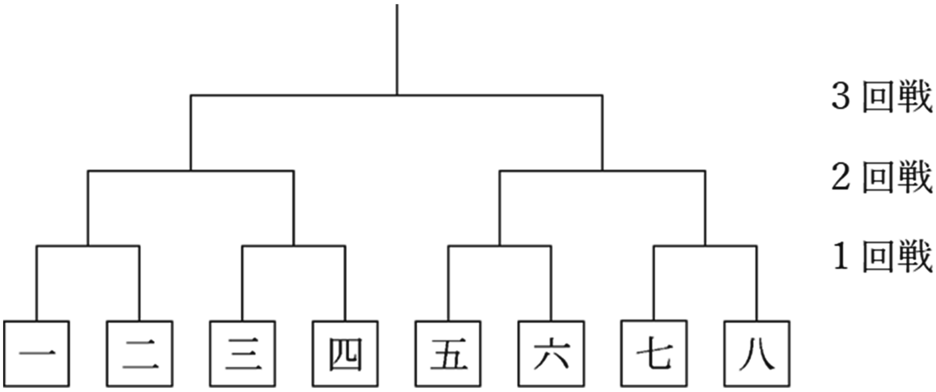
30　場合の数・確率⑩

□□□□□

Ａ，Ｂを含む８名が，トーナメント形式の百人一首大会を行うこととなった。まず，くじ引きにより，無作為に図のトーナメント表の配置（８名が「一」から「八」のいずれかに配置される。）が決定され，その後，各試合が行われることとなった。また，この８名は実力が伯仲しており，一方が他方に勝つ確率と負ける確率は，ともに$\frac{1}{2}$であるものとする。

このとき，トーナメント戦に参加するＡとＢの２名のうち，１名以上が３回戦に進む確率はいくらか。

ただし，各試合において引き分けはないものとする。



1　$\frac{3}{7}$

2　$\frac{13}{28}$

3　$\frac{1}{2}$

4　$\frac{15}{28}$

5　$\frac{4}{7}$

１～４と５～８を別の組と考える。

①ＡとＢが同じ組にいる場合

この確率は$\frac{{}_4P_2\times2\times6!}{8!}=\frac{4\times3\times2}{8\times7}=\frac{3}{7}$である。

このとき，ＡまたはＢが３回戦に進む確率は，$\left(\frac{1}{2}\right)^2\times2=\frac{1}{2}$である。

②ＡとＢが別の組にいる場合

この確率は$1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$である。

このとき，Ａが３回戦に行かない確率は$1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$である。同様にＢが３回戦に行かない確率は$\frac{3}{4}$である。よって，ともに３回戦に行かない確率は$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$である。

以上より，

ＡまたはＢが３回戦に行く確率は

$$\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}+\frac{4}{7}\times\left(1-\frac{9}{16}\right)=\frac{1}{7}\times\left(\frac{3}{2}+4\times\frac{7}{16}\right)=\frac{1}{7}\times\left(\frac{6}{4}+\frac{7}{4}\right)=\frac{1}{7}\times\frac{13}{4}=\frac{13}{28}$$

となる。

正解	2