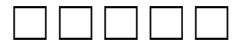




## 2 数の性質②

出典
国税庁



「10, 11」のように2つの連続する2ケタの整数を、それぞれ2乗して足し合わせた数のうち、一の位が3となるのはいくつあるか。

1. 12
2. 14
3. 16
4. 18
5. 20

## &lt;方針&gt;

1の位だけを扱うことに注目する。

## &lt;解説&gt;

$x$  を2ケタの自然数としたとき、 $x=10k+a$  ( $1 \leq k \leq 9$ ,  $0 \leq a \leq 9$ ) と表すことができ。連続する2つの整数  $x$ ,  $x+1$  の2乗の和を計算すると、

$$\begin{aligned}x^2 + (x+1)^2 &= 2x^2 + 2x + 1 \\&= 2(10k+a)^2 + 2(10k+a) + 1 \\&= 10(20k^2 + 4ka + 2k) + 2a^2 + 2a + 1\end{aligned}$$

これより、 $x^2 + (x+1)^2$  の1の位の数は  $2a^2 + 2a + 1 = a^2 + (a+1)^2$  によるので、この式がどのような値をとるのかを考える。

$a$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a^2 + (a+1)^2$	1	5	13	25	41	61	85	113	145	181
$a^2 + (a+1)^2$ の1の位	1	5	3	5	1	1	5	3	5	1

上の表より、連続した2つの整数の2乗の和の1の位が3となる  $a$  の値は2と7のみであることが分かる。また、とりうる  $k$  の値は1~9までの9つあり、 $x$  は組  $(a, k)$  により決まるので、求める自然数  $x$  の個数は  $2 \times 9 = 18$  より 18 個。したがって、正解は肢4。

正解

**4**