



2 数の性質②

出典
国税庁

☐☐☐☐☐

「10, 11」のように2つの連続する2ケタの整数を, それぞれ2乗して足し合わせた数のうち, 一の位が3となるのはいくつあるか。

1. 12
2. 14
3. 16
4. 18
5. 20

<方針>

1の位だけを扱うことに注目する。

<解説>

x を2ケタの自然数としたとき、 $x=10k+a$ ($1 \leq k \leq 9$, $0 \leq a \leq 9$) と表すことができる。連続する2つの整数 x , $x+1$ の2乗の和を計算すると、

$$\begin{aligned} x^2 + (x+1)^2 &= 2x^2 + 2x + 1 \\ &= 2(10k+a)^2 + 2(10k+a) + 1 \\ &= 10(20k^2 + 4ka + 2k) + 2a^2 + 2a + 1 \end{aligned}$$

これより、 $x^2 + (x+1)^2$ の1の位の数 $2a^2 + 2a + 1 = a^2 + (a+1)^2$ によるので、この式がどのような値をとるのかを考える。

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a^2 + (a+1)^2$	1	5	13	25	41	61	85	113	145	181
$a^2 + (a+1)^2$ の1の位	1	5	3	5	1	1	5	3	5	1

上の表より、連続した2つの整数の2乗の和の1の位が3となる a の値は2と7のみであることが分かる。また、とりうる k の値は1～9までの9つあり、 x は組 (a, k) により決まるので、求める自然数 x の個数は $2 \times 9 = 18$ より18個。したがって、正解は肢4。

正解

4