判断推理
第１章　論理

Guide

「論理」の出題の多くは，論理式Ｐ→Ｑ（ＰならばＱ）をつなげていくことで対応することができます。また，条件関係が複雑な場合には，「ベン図」という考え方を用いて図式化することで答えを出す場合もあります。

この分野では記号を多用するので，まずは記号の意味を正確に押さえていきましょう。

Technique　論理式・ベン図

【論理式】

「すべてのＰはＱである」という命題が成り立つとき，Ｐ→Ｑ（「ＰならばＱ」と読む）と表すことができる。本来はもっと厳密な概念だが，公務員試験レベルではこのように押さえておけば足りるだろう。

例）すべての横浜市民は神奈川県民である。; 横浜市→神奈川県

例）偶数はすべて整数である。　　　　　　; 偶数→整数

Ｐ	→	Ｑ
条件部分		結論部分

２つの論理式「Ｐ→Ｑ」「Ｑ→Ｒ」がある場合には，**共通しているＱ**でまとめて

Ｐ→Ｑ→Ｒ　　　とすることができる。

また，つなげた論理式Ｐ→Ｑ→Ｒの矢印の向きが一方通行であれば，途中のＱを飛ばして

Ｐ→Ｒ　　　　　とすることもできる。

【論理記号】

① 「否定」　$\overline{P}$　… Ｐでない

② 「または」　Ｐ∨Ｑ … ＰまたはＱ　; Ｐ，Ｑのうち少なくとも一方。

③ 「かつ」　Ｐ∧Ｑ … ＰかつＱ　; Ｐ，Ｑの両方とも。

【命題の分解】

① Ｐ→Ｑ∧Ｒ（うしろかつ）　⇒　Ｐ→Ｑ　Ｐ→Ｒと分解できる

② Ｐ→Ｑ∨Ｒ（うしろまたは）　⇒　分解不可能

③ Ｐ∧Ｑ→Ｒ（まえかつ）　⇒　分解不可能

④ Ｐ∨Ｑ→Ｒ（まえまたは）　⇒　Ｐ→Ｒ，Ｑ→Ｒと分解できる

「６の倍数→２の倍数∧３の倍数」は

・６の倍数→２の倍数

・６の倍数→３の倍数　　　　　　　と分解できる。

しかし，「２の倍数∧３の倍数→６の倍数」（←この論理式自体は正しい）を仮に，

・２の倍数→６の倍数

・３の倍数→６の倍数　　　　　　　と分解できたとする。

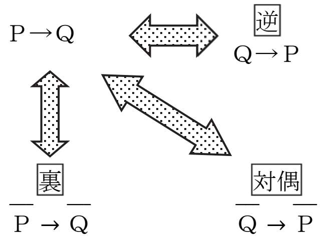
しかし，８や 50 のように２の倍数でありながら６の倍数でない数は多数ある（３の倍数についても同様）。これにより，分解はしてはいけないことが分かる。

【逆・裏・対偶】

論理式P→Qが正しいとき…

・「逆」「裏」が正しいとは限らない。

・「対偶」は正しい。



例）

命題：横浜市民 → 神奈川県民

逆：神奈川県民 → 横浜市民

裏：$\overline{\text{横浜市民}}$ → $\overline{\text{神奈川県民}}$

対偶：$\overline{\text{神奈川県民}}$ → $\overline{\text{横浜市民}}$

【ド・モルガンの法則】

否定と「∧」「∨」について，次の式変形ができる。

・　$\overline{P \lor Q} = \overline{P} \land \overline{Q}$

・　$\overline{P \land Q} = \overline{P} \lor \overline{Q}$

【「$\overline{P} \land \overline{Q}$」と「$\overline{P \land Q}$」の違い＆ド・モルガンの説明】

PとQの肯定，否定の組合せは次の４通りが考えられる。

	①	②	③	④
P	○	○	×	×
Q	○	×	○	×

「$\overline{P} \land \overline{Q}$」とは，「Pでなく，Qでもない」であるので，表の④に対応する。

それに対し，「$\overline{P \land Q}$」とは「『PかつQである（P∧Q）』というわけではない」ということを表す。『PかつQ』とは①に対応する。そしてそれを否定しているのだから，「$\overline{P \land Q}$」は②，③，④に対応していることになる（これが「$\overline{P} \land \overline{Q}$」と「$\overline{P \land Q}$」の違い）。

ちなみに，「$\overline{P \land Q}$」＝②，③，④とは，「P，Qのうち，**少なくとも１つは否定される**」ということができる。「少なくとも１つ」は「または（∨）」で表してあげることができるので，

$\overline{P \land Q} = \overline{P} \lor \overline{Q}$

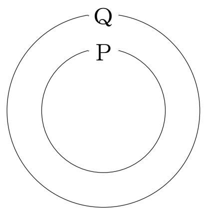
と言い換えることができる。これがド・モルガンの法則である。

【ベン図を使って解く】

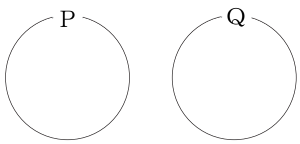
論理式「P→Q」は「**全てのPはQである**」という意味だが，問題によっては**全てのPではなく，一部のPにしか成り立たない**場合もある。その場合は論理式にすることができないため，ベン図を使って解くのが一般的だ。

【条件をベン図で表す】

①　全てのPはQである（P→Q）



②　PはQでない（P→$\overline{\text{Q}}$）



③　一部のPはQでもある（P∧Q）