1	測量に関する数学	令和４年　問題４	□□□

図４に示すような三次元直交座標系において、ある点(x, y, z)を z 軸のまわりに図４に示す方向にε_zだけ回転させたときの点(x', y', z')は次の式４で表される。

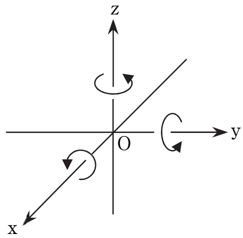

図４

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varepsilon_z & -\sin\varepsilon_z & 0 \\ \sin\varepsilon_z & \cos\varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{式４}$$

式４を参考に、点（x, y, z）を x 軸のまわりに図４に示す方向にε_xだけ回転させる行列R_xと、y 軸のまわりに図４に示す方向にε_yだけ回転させる行列R_yの組合せとして最も適当なものはどれか。次の中から選べ。

ただし、それぞれの回転後の点を(x'', y'', z'')、(x''', y''', z''')とするとき、

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = R_x \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{及び} \begin{pmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{pmatrix} = R_y \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

が成り立つ。

なお、関数の値が必要な場合は、巻末の関数表を使用すること。

	R_x	R_y
1．	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & \sin\varepsilon_x \\ 0 & -\sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & \sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$
2．	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & \sin\varepsilon_x \\ 0 & -\sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & -\sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$
3．	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & \sin\varepsilon_x \\ 0 & -\sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & -\sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$
4．	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & -\sin\varepsilon_x \\ 0 & \sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & \sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$
5．	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & -\sin\varepsilon_x \\ 0 & \sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & -\sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$

1	測量に関する数学	座標	4

４

$$R_x \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon_x & -\sin\varepsilon_x \\ 0 & \sin\varepsilon_x & \cos\varepsilon_x \end{pmatrix} \qquad R_y \quad \begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y & 0 & \sin\varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varepsilon_y & 0 & \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$$

三次元直交座標は、X軸、Y軸、Z軸でそれぞれ回転することができる。座標点がθ度だけ右ネジ方向（正方向）に回転した場合には、以下の式を用いることで、回転後の座標値を計算することができる。

① X軸周りにθ回転させたとき

$$\begin{bmatrix} \text{移動後のX座標} \\ \text{移動後のY座標} \\ \text{移動後のZ座標} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{移動前のX座標} \\ \text{移動前のY座標} \\ \text{移動前のZ座標} \end{bmatrix}$$

② Y軸周りにθ回転させたとき

$$\begin{bmatrix} \text{移動後のX座標} \\ \text{移動後のY座標} \\ \text{移動後のZ座標} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{移動前のX座標} \\ \text{移動前のY座標} \\ \text{移動前のZ座標} \end{bmatrix}$$

③ Z軸周りにθ回転させたとき

$$\begin{bmatrix} \text{移動後のX座標} \\ \text{移動後のY座標} \\ \text{移動後のZ座標} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{移動前のX座標} \\ \text{移動前のY座標} \\ \text{移動前のZ座標} \end{bmatrix}$$