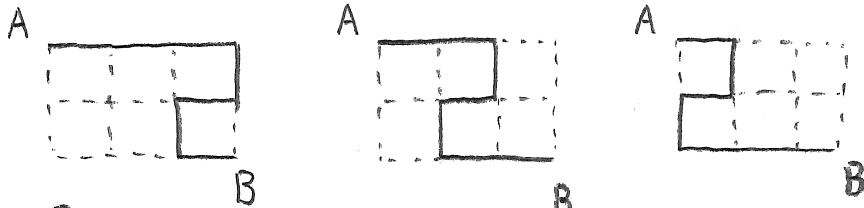
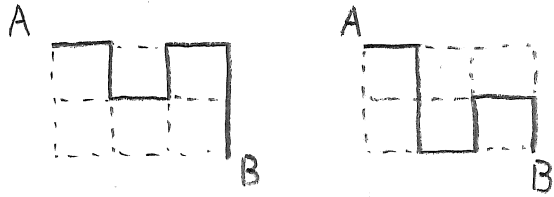


1. (1) 7つの辺を通るとき、①縦に2本、横に5本 ②縦に4本、横に3本の2パターンがあるので、それで場合分けする。

①の場合、点Aを右向きに出発すると点Bまでの行き方は以下の3通り。



②の場合、点Aを右向きに出発すると点Bまでの行き方は以下の2通り。

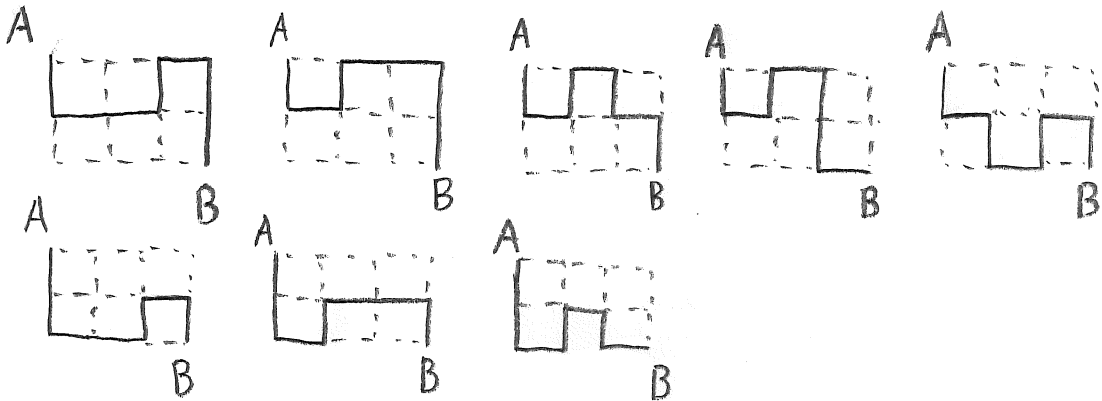


ここから、例を除くと、答えは 4通り。

(2) (1)と同様に、①、②のパターンに場合分けして調べあげる。

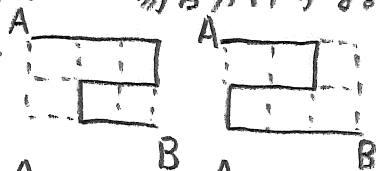
①の場合、成り立つパターンはない。

②の場合、点Bまでの行き方は以下の8通り。

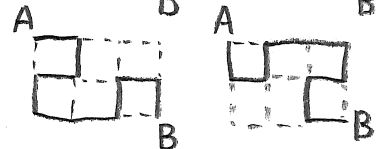


(3) 9つの辺を通るとき、①縦に2本、横に7本 ②縦に4本、横に5本 ③縦に6本、横に3本の3パターンがあるので、それで場合分けする。

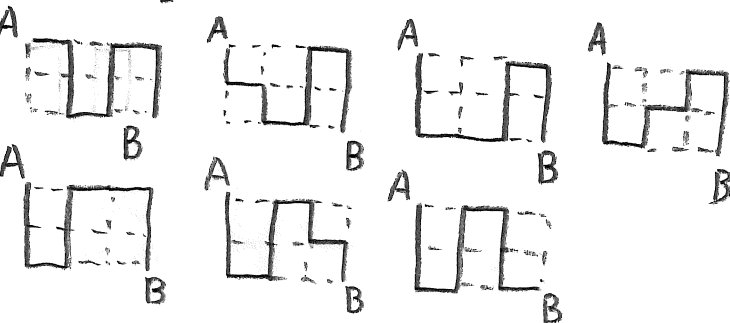
①の場合、右の2通り。



②の場合、右の2通り。



③の場合、右の7通り。



よって、答えは 11通り。

2.

(1) 10個の整数のうち、最小のものと最大のものの平均が34.5になればよいので、
このような10個の整数は (30~39)。

(2) 2つのグループの差が最大するとき、 $(10+9+8+7+6) - (5+4+3+2+1) = 25$

また、1から10のうち5個の和で15から40までの整数が全て作れ、
2つのグループの和は55であることから、1から25までの全ての奇数が差として
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25 考えられる。

(3) 連続する10個の整数の和は、最小の数と最大の数の和の5倍であり、
これは奇数となるので、どのような2つのグループに分けても和が偶数と
奇数になる。そのため、2つのグループのそれぞれの和は等しくならない。

(4) 分母がなるべく小さくなり、分子と分母の差がなるべく大きくなればよいので、
 $X = \frac{6+7+8+9+10}{1+2+3+4+5} = \frac{8}{3}$ が最も大きい。

(5) (3)より、 X は1ではない。また、(4)より、 X は $\frac{8}{3}$ より大きくなる。
よって、 $X=2$ となる場合を考えると、

$$X = \frac{8+9+10+11+12}{3+4+5+6+7}$$

(6) 連続する10個の整数の和は55以上であり、5個ずつ2つの
グループに分けた時のグループの和の差は、(2)で求めた数になる。
よって、 X の分母と分子の和は55以上、分母と分子の差は25以下の奇数となる。
このような $X = \frac{11}{4}$ は、 $\frac{33}{42}$ 、 $\frac{55}{70}$ 、 $\frac{77}{98}$ の3つであり、それぞれ分母と分子の
和は75, 125, 175である。

したがって、10個のうち最小のものと最大のものの和は、それぞれ15, 25, 35
であるので、考えられる10個の整数は、(3~12), (8~17), (13~22) となる。

3.

$$(1) (10 \times 10 \times 3.14 \times 20 - 5 \times 5 \times 3.14 \times 10 - 4 \times 4 \times 3.14 \times 20) \div (10 \times 10 \times 3.14) \\ = 14.3 \quad \underline{14.3 \text{ cm}}$$

$$(2) \text{水の体積は } 10 \times 10 \times 3.14 \times 6 = 600 \times 3.14 \text{ cm}^3$$

$$\textcircled{1} 600 \times 3.14 \div (10 \times 10 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14) = \underline{8 \text{ cm}}$$

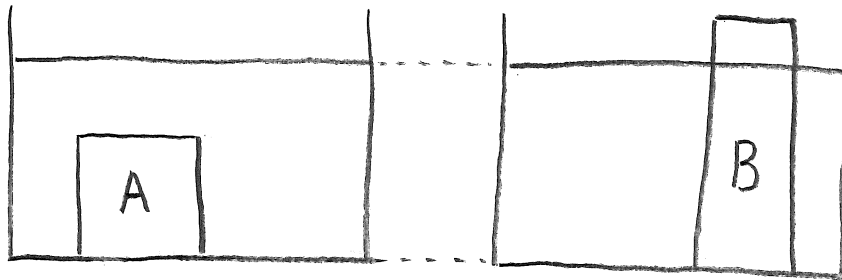
$$\textcircled{2} 600 \times 3.14 \div (10 \times 10 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 - 4 \times 4 \times 3.14) = 600 \div 59 = 10 \frac{10}{59} \text{ cm}$$

これは、Aの高さをこえるので、こえた部分の水について考えると

$$\frac{10}{59} \times 59 \times 3.14 \div (10 \times 10 \times 3.14 - 4 \times 4 \times 3.14) = \frac{5}{42} \text{ cm}$$

$$\text{したがって、水位は } 10 + \frac{5}{42} = 10.1\overline{19} \dots = \underline{10.1 \text{ cm}}$$

- (3) 水はあふれていないので、AとBのどちらを先に入れても、2つ目のおもりを入れた後の水位は等しい。よって、Aだけが入っているときと、Bだけが入っているときの水位も等しい。
ここで、底面積について考えると、水位が10cmより下の場合、AだけとBだけの場合で水位に差が生じてしまうため、水位は10cmを上回る。



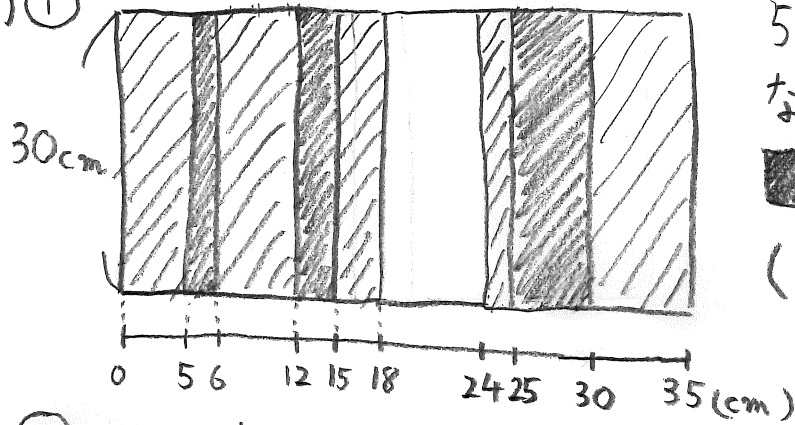
2つの容器の図は上のようになる。図より、Bの水につかった部分はAの体積と等しくなる。底面積はA:B=5×5:4×4=25:16なので、水位、すなわちBの水につかった部分の高さは、 $10 \times \frac{25}{16} = \frac{125}{8} \text{ cm}$ 。

Bだけ入れたときの底面積と何も入っていない容器の底面積比は

$$10 \times 10 - 4 \times 4 : 10 \times 10 = 21 : 25 \text{ なので、もともとの水位は}$$

$$\frac{125}{8} \times \frac{21}{25} = 13 \frac{1}{8} = 13.1\overline{25} = \underline{13.1 \text{ cm}}$$

4,
(1)①



5秒後の状況は左図のようになるので、色の濃く見える部分

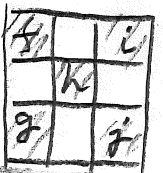
■の面積は
 $(1+3+5) \times 30 = 270 \text{ cm}^2$

② ガラス板Aの色のついた部分を左から a, b, c とおき、
 ガラス板Bの色のついた部分を左から d, e とおく。
 このとき、各部分の重なる幅の変化の連立は下の表のようになる。
 ただし、1秒間に重なる幅が1cm減ると1↓, 増えると1↑,
 変わらなければ0とします。

時間(秒)	0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12	12~14	14~18	18~20	20~24	24~30
aとd	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0	0	0
bとd	0	1↑	1↑	1↑	0	0	1↓	1↓	0	0	0
cとd	0	0	0	0	0	0	0	1↑	1↑	0	0
cとe	0	0	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	1↓

表より、色の濃く見える部分の面積が変化しないのは、
 (2~4), (6~8), (10~12), (14~18), (20~24)

(2) ガラス板Cの色のついた部分を右図のように f, g, h, i, j とおく。
 (1)②と同様の表をかくと、下のようになる。



時間(秒)	0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12	12~14	14~18	18~20	20~24	24~30
aとf	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0	0	0
aとg	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0	0	0
bとf	0	1↑	1↑	1↑	0	0	1↓	1↓	0	0	0
bとg	0	1↑	1↑	1↑	0	0	1↓	1↓	0	0	0
bとh	0	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0	0
cとf	0	0	0	0	0	0	0	1↑	1↑	0	0
cとg	0	0	0	0	0	0	0	1↑	1↑	0	1↓
cとh	0	0	1↑	1↑	1↑	0	0	1↓	1↓	0	0
cとi	0	0	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0
cとj	0	0	1↓	1↓	1↓	0	0	0	0	0	0

表より、色の濃く見える部分の面積が変化しないのは、
 (6~8), (10~12), (20~24)

4.

花まるラボ

63K

山本和也

(2) 別解

ガラス板Cの色のついていいる部分を、四隅と中央に分けて考える。
四隅のうち、色の濃く見える部分の面積の和が変化しないのは、

(1)②で求めた答えと同じである。

また、四隅の色の濃く見える部分の面積の和が変化するときの速さは、
中央の色の濃く見える部分の面積の和が変化するときより速いので、
全体の色の濃く見える部分の面積の和が変化しないのは、
四隅と中央それぞれで、色の濃く見える部分の面積の和が
変化しないときだけである。

中央の色の濃く見える部分の面積の和が変化しないのは、

0秒後から2秒後、4秒後から8秒後、10秒後から14秒後、
20秒後から30秒後であるので、(1)②の答えとの共通部分を
調べると、答えは(6~8), (10~12), (20~24) となる。