

[1] (1) 5秒後の2つの円の半径は10cmと9cmなので、斜線部分の面積は  
 $10 \times 10 \times 3.14 - 9 \times 9 \times 3.14 = \underline{59.66 \text{ cm}^2}$

(2) 大きい円の半径を  $\bigcirc$  cm、小さい円の半径を  $\square$  cm と表すと、  
 斜線部分の面積は

$$\bigcirc \times \bigcirc \times 3.14 - \square \times \square \times 3.14 = (\bigcirc \times \bigcirc - \square \times \square) \times 3.14 \text{ cm}^2 \text{ と表せる。}$$

$\bigcirc \times \bigcirc - \square \times \square$  は  $(\bigcirc + \square) \times (\bigcirc - \square)$  のように変形でき、

2つの円の半径の差は1cmなので、斜線部分の面積は

$$(\bigcirc + \square) \times 3.14 \text{ cm}^2 \text{ と表せる。}$$

この面積がはじめて  $2021 \text{ cm}^2$  をこえるのは、 $\bigcirc + \square$  がはじめて  
 $2021 \div 3.14 = 643.6 \dots$  をこえる時になる。

これは  $\bigcirc + \square = 645$  の時、つまり  $\bigcirc = 323$  の時なので、 $323 - 5 = \underline{318 \text{ 秒後}}$

(3)  $S = (\bigcirc + \square) \times 3.14$ 、 $T = \{(\bigcirc + 1) + (\square + 1)\} \times 3.14$  なので、

$$T \div S = \frac{\bigcirc + \square + 2}{\bigcirc + \square} = 1 + \frac{2}{\bigcirc + \square}$$

この値がはじめて1.02より小さくなるのは、 $\frac{2}{\bigcirc + \square}$  がはじめて  
 0.02より小さくなる時で、この時  $\bigcirc + \square = 101$  になる。

$\bigcirc = 51$  なので、 $51 - 5 = \underline{46 \text{ 秒後}}$

[2] (1) 20個

(2) 1から999まで並べた数に「0」は189個ある。

残りの「0」は11個なので、1000, 1001, ... と書き出すと、答えは 1004

(3)  $1 \times 9 + 2 \times (99 - 9) + 3 \times (999 - 99) + 4 \times 1 = 2893$  2893 けた

(4) 2以下の数は  $3 - 1 = 2$  個

22以下の数は  $3 \times 3 - 1 = 8$  個

222以下の数は  $3 \times 3 \times 3 - 1 = 26$  個

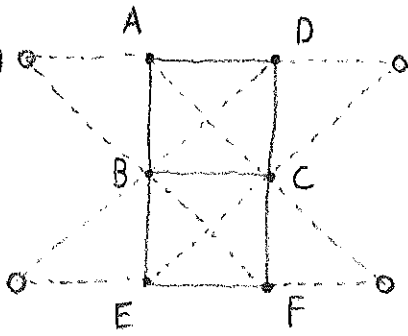
2222以下の数は  $3 \times 3 \times 3 \times 3 - 1 = 80$  個

2022より大きく2222以下の数を数えると19個ある。

1から2021まで並べた数は

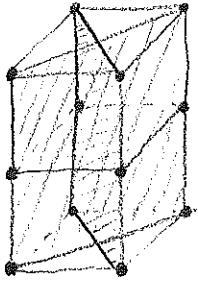
$$1 \times 2 + 2 \times (8 - 2) + 3 \times (26 - 8) + 4 \times (80 - 26 - 19) = \underline{208 \text{ けた}}$$

[3](1)



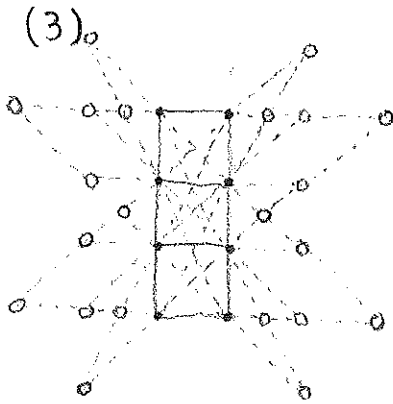
左の図のOで示した 4通り

(2)



直方体の4つの側面と、左の図で示したような切断面のそれぞれについて、(1)と同じように考えると、直方体の外側で交わる点は  $4 \times 6 = \underline{24}$  通り

(3)



3つの正方形を並べてつくった長方形の外側で交わる点は左の図で示した22通り。  
(2)と同じように考えると、左の図のような点の並びが6つあるので、 $22 \times 6 = \underline{132}$  通り

[4]

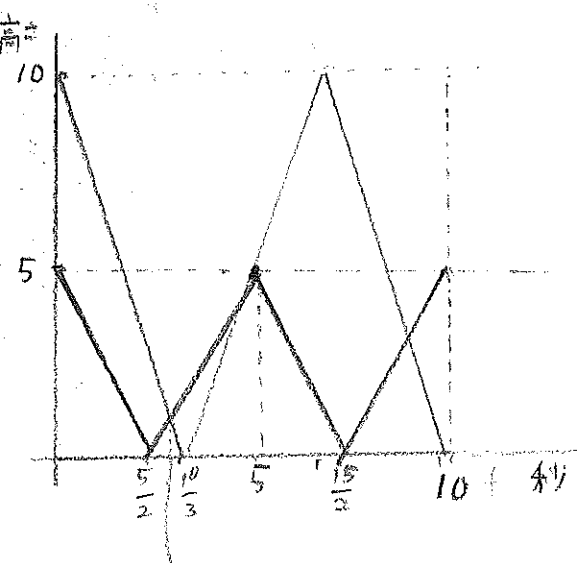
(1) RがFへ到着するより先に、QはBに到着する。

QとBCがはじめて平行になるのは、 $QB = RC$  になるときなので

$$10 \div (3+1) = 2.5$$

2.5秒

(2) PとQの移動の様子をグラフにすると下のようになる。



PとQが交わるのは、3秒、5秒、9秒

PとQが同時にDとEに戻るのは20秒後なので、

グラフの対称性から

PQとABが平行になるのは、3, 5, 9, 11, 15, 17秒後

それぞれの時間で、PとRの高さを求めると、

同じになるのは、11秒後と17秒後 (5) 11秒

P, Q, Rが同時にD, E, Cに戻るのは40秒後なので、

対称性から、11秒後と17秒後の高さだけ言聞けばよい。

$$12 \times 8 \div 2 \times 3 = 144 \quad 12 \times 8 \div 2 \times 1 = 48$$

(イ)  $48 \text{ cm}^3$ ,  $144 \text{ cm}^3$